



FACULTAD DE INGENIERIA

Universidad de Buenos Aires

INSTITUTO DE INGENIERÍA SANITARIA Y AMBIENTAL

CÁTEDRA DE POSGRADO “HIDRÁULICA APLICADA A LA INGENIERÍA
SANITARIA”

DEPARTAMENTO DE HIDRÁULICA

CÁTEDRAS DE GRADO “HIDRÁULICA GENERAL” y “CONSTRUCCIONES
HIDRÁULICAS”

ARTÍCULO DE DIVULGACIÓN

LA MATEMÁTICA APLICADA A LA INGENIERÍA

UNA AVENTURA DEL PENSAMIENTO

AUTOR ING. LUIS E. PÉREZ FARRÁS
REVISIÓN Y DIBUJOS ING. GLORIA NATALY CALVACHI ESPAÑA.
REVISIÓN LIC. LEIDY TATIANA MORALES TABARES

AGOSTO 2013

LA MATEMÁTICA APLICADA A LA INGENIERÍA

UNA AVENTURA DEL PENSAMIENTO

Hace mucho tiempo, por los años setenta del siglo pasado, en mi etapa de estudiante de Ingeniería y durante mis primeras actividades como docente auxiliar de la Cátedra de Hidráulica General, materia con frondosa formulación matemática, sufría de una suerte de “complejo de inferioridad”, compartido con muchos compañeros y relativo al menor conocimiento de matemáticas requerido con respecto a los necesarios para las Licenciaturas y Doctorados en Ciencias Exactas.

Los estudiantes, graduados y sobre todo los docentes de nuestra Facultad, provenientes de las nombradas carreras y que se desempeñaban en los Departamentos de Matemáticas, Física y Química nos hacían sentir involuntariamente, esa relativa “superioridad” en el conocimiento de las ciencias básicas en general, y de la Matemática en particular.

Al pasar el tiempo me fui dando cuenta paulatinamente de la verdadera aventura del pensamiento y la riqueza intelectual que implicó e implica continuamente, la elaboración y/o adaptación de la Matemática Fundamental a las aplicaciones prácticas típicas del Ingeniero y en las distintas especialidades ingenieriles.

Poco a poco comencé a sentir un particular orgullo al tomar conciencia de la importancia y trascendencia en lo social y económico que implicó el surgimiento en los albores del siglo XX y su posterior perfeccionamiento en el tiempo, de las denominadas “Ciencias de la Ingeniería”.

En particular, y por ser el tema al que me dediqué intensamente durante mi vida profesional y sobre todo como docente, considero que es prodigioso el progreso conceptual que se dio en la Hidráulica en General y en la Hidráulica de las Conducciones Artificiales en particular (conductos a presión y canales) a partir de los años 40 del siglo pasado.

Previamente, el conocimiento y el diseño de las conducciones nombradas, se basaba en fórmulas empíricas, con prácticamente nulos basamentos teóricos, hasta que se formuló una teoría racional, que implicó que la Hidráulica fuera parte importante de la Mecánica de Fluidos, la que a su vez desarrolló previamente un gran progreso, con la irrupción de las aplicaciones teórico experimentales de la aeronáutica y de la práctica de la misma.

Nota: Los hermanos Wright eran ciclistas y desarrollaron sus primitivos aviones en forma totalmente empírica y con una intuición sencillamente genial y una valentía a toda prueba, Kutta y Joukowski desarrollaron las primeras y legendarias teorías que le dieron racionalidad a la teoría del vuelo.

Arriesgando una intuición, supongo que lo dicho en el párrafo precedente, es muy similar a lo ocurrido en todas o al menos la mayoría de las especialidades ingenieriles. Es decir que las Ciencias de la Ingeniería fueron tomando forma, en sus numerosas variantes, a partir de los conocimientos de las Ciencias Básicas Afines y de los empirismos, a los que se le fue agregando racionalidad, inspirada en las mismas, y

obtenida de la experiencia de decenios de aplicaciones prácticas y sobre todo de la frondosa experimentación concretada en los laboratorios especializados.

Particularmente, en lo relativo a la Ingeniería Civil y la Ingeniería Sanitaria, siento que son especialidades en las que mi experiencia me brinda cierto derecho a opinar por ser mis carreras de grado y posgrado concretadas y además por haberme dedicado a ellas en mi vida profesional y en la docencia universitaria.

La Ingeniería Civil, es la más antigua de las especialidades ingenieriles, y en su momento abarcó a todas ellas puesto que nació cuando la humanidad comenzó a desarrollar los centros urbanos. Debe su nombre a su diferenciación con la Ingeniería Militar y a su vez con la profesión de los Constructores de Catedrales, actividades que involucraban la inmensa mayoría de los conocimientos de la Construcción, bien avanzada la edad media. En particular en la FI UBA y como hecho anecdótico, es de destacar que hasta los años 50 del siglo XX, Electromecánica era una orientación de la Ingeniería Civil y la Ingeniería Electrónica no había nacido aún como carrera.

Hoy la Ingeniería Civil se concentra en tres especialidades; Transporte, Estructuras e Hidráulica y puedo asegurar que los progresos en las tres, son relevantes. Desde hace largo tiempo; no menos de dos siglos en el caso de los ferrocarriles, puertos y vías fluviales, en los albores del siglo XX, para el desarrollo de los caminos, y en la Hidráulica de las Conducciones el gran desarrollo tuvo lugar desde los años 40 del mismo.

En la Hidrología, Mecánica de Suelos, Hidráulica de Aguas Subterráneas, Hidráulica de Ríos y Marítima, los progresos son más recientes pero también más intensos y concentrados en lapsos relativamente cortos. La frondosa investigación realizada por los laboratorios relacionados con las especialidades nombradas han tenido una enorme influencia en los progresos señalados.

En lo relativo a la Ingeniería Sanitaria, sus aplicaciones y progresos han sido notables en el último medio siglo y se aceleran a medida que avanza el tiempo, siendo vitales para la misma los avances en la Ingeniería Civil, la Ingeniería Química y la Microbiología, siendo incesantes también, los avances en procesos de tratamiento cada vez más sofisticados y eficaces.

En todos los casos citados previamente, la Matemática Aplicada a los mismos y el enorme progreso de los modelos matemáticos de cálculo fue evolucionando y adquiriendo racionalidad, en los mismos lapsos que se producía el progreso.

Volviendo a mi "Complejo" frente a los especialistas en Ciencias Exactas, basado en su conocimiento más profundo de las ecuaciones fundamentales, fui dándome cuenta del aporte significativo realizado por los ingenieros al conocimiento en general, con su adaptación de las Ciencias Básicas y la creación paulatina de las Ciencias de la Ingeniería, y en especial del aporte a las Matemáticas, para su inmediata aplicación práctica.

El detonante de ésta toma de conciencia fue un hecho anecdótico ocurrido hace más de una veintena de años, cuando me desempeñaba como Profesor Titular Viajero, de

la Facultad de Ingeniería en la Universidad Nacional de la Patagonia “San Juan Bosco (sede Comodoro Rivadavia)”.

Nota: La figura del Profesor Titular Viajero implicaba que al ser en ese entonces, la Facultad patagónica “muy joven”, necesitaban profesores de las materias de especialización, por no disponer en ese momento de personal docente propio experimentado. Por lo tanto, la tarea para la que resultábamos contratados los docentes de Universidades Tradicionales del país, incluía, además del dictado de las materias a cargo, la formación de los docentes de las cátedras, que pudieran acceder en el futuro mediano y ganando los concursos docentes requeridos, para la titularidad y los demás cargos exigidos para las mismas.

Durante una cena con el también Profesor Titular Viajero de las Físicas I a IV, tuvo lugar una muy ilustrativa y amigable “discusión” (las cenas con los Profesores Viajeros de distintas especialidades eran sumamente gratas, tanto en la faceta de las relaciones, como en la de intercambios de conocimientos, por encontrarnos especialistas de distintas profesiones -Farmacéuticos, Abogados, Ingenieros de distintas especialidades, Profesores de Literatura Inglesa y Castellana, de Historia, de Física, etc.-).

Lógicamente, el Profesor de las Físicas nombradas previamente, era egresado de Ciencias Exactas y el hecho es que, hablando informalmente de las metodologías de cálculo de las Conducciones Unidimensionales (acueductos, redes de aguas, cloacas, canales, ríos, arroyos) no comprendía la razón del “por que” los ingenieros no determinábamos dentro de las conducciones y en todos los casos, la doble infinitud de vectores velocidad en cada punto del espacio y del tiempo.

Al explicarle que usábamos valores medios temporales y espaciales, tomé conciencia de la simplificación notable que esos conceptos implican y como además posibilitan diseñar metodologías de cálculo de enorme aplicación práctica, acotando convenientemente la muy compleja realidad, con suficiente aproximación y con conceptos sumamente sencillos y simplificadores.

En efecto, elaborando la respuesta brindada al excelente profesor de física, con la intención de aclarar el tema, se tiene que para cada punto del espacio ocupado por un continuo en movimiento, y considerando que las condiciones no varían en el tiempo (régimen permanente o estacionario) puede asociarse un vector velocidad variable de punto a punto, con lo que en una sección transversal se tiene una infinitud de vectores velocidad. Si además se considera que en cada punto el vector velocidad, varía en forma pulsante en el tiempo, es decir se considera el régimen impermanente o no estacionario, cada uno de esos infinitos vectores puede variar en el tiempo.

Obviamente, éstos conceptos rápidamente evaluados, posibilitan comprender la dificultad extrema que implicaría resolver el Vector velocidad en cada punto y en cualquier instante para calcular y/o dimensionar una conducción unidimensional, concepto que ya de por sí implica una notable simplificación ingenieril de la realidad. Y sobre todo, posibilita también evaluar lo poco práctico que resultaría a esos efectos.

Tal como muestra la experiencia (trabajos experimentales de *Boussisneq*) aceptamos que considerando tiempos largos, en cada punto de un escurrimiento de un fluido a través de una conducción, en régimen permanente y turbulento (el caso habitual de las conducciones que transportan agua) podemos simplificar la compleja realidad, en base a un valor medio temporal representativo de la oscilación instantánea de velocidades.

Consecuentemente podemos reemplazar la distribución de velocidades en la sección transversal por los valores medios temporales en cada punto de la misma.

Finalmente, estudiando la distribución en la sección transversal, de las velocidades medias temporales de referencia, se puede obtener la velocidad media espacial de la distribución de las velocidades medias temporales y correspondiente a la sección en estudio.

En efecto el concepto es determinar una velocidad representativa de la distribución de velocidades, es decir que transporte la misma cantidad de masa (el mismo volumen de agua en nuestro caso) que la distribución compleja en la sección transversal de velocidades medias temporales.

Ilustrando brevemente el concepto y con la precisión de la Matemática, se tiene que la Velocidad Media en una Sección es

$$U = \frac{\int V \cdot d\Omega}{\Omega} = \frac{Q}{\Omega}$$

Siendo U la Velocidad media definida, V la velocidad media temporal en cada punto, Ω la sección transversal, $d\Omega$ el elemento diferencial de sección transversal y Q el caudal que atraviesa a la misma.

En la *Figura 1* representamos un tramo de una conducción y cortamos con un plano perpendicular al eje, teniendo así lo que llamamos la "sección transversal" o simplemente "la sección".

La velocidad del agua U en esa sección es lo que llamamos *velocidad media*, que como toda velocidad se mide como la relación entre la longitud recorrida y el tiempo insumido en recorrerla. La longitud la medimos en metros (m) y el tiempo en segundos (s), minutos (min), horas (h).

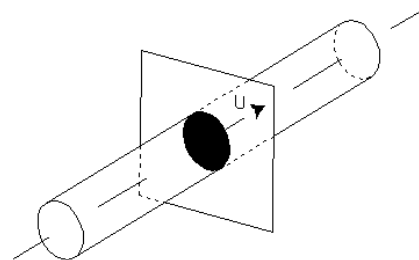


Figura 1.
Velocidad media

El *Caudales* por definición es el cociente entre el volumen que escurre y el tiempo que tarda en escurrir.

En la *Figura 2* esquematizamos una tubería que desagüa en un recipiente de volumen conocido. Supongamos que hasta una determinada marca el volumen es V_0 y que con un grado de apertura de la válvula siempre igual (con lo que la velocidad media temporal es siempre la misma en cualquier sección de la cañería) alimentamos al recipiente hasta que la marca se alcanza en un tiempo T .

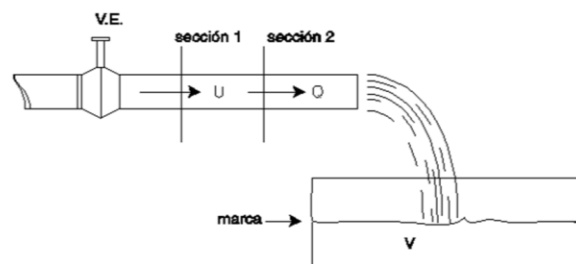


Figura 2.
Concepto de caudal

Decimos que el caudal que está pasando por cualquier sección (la 2 por ejemplo) es:

$$Q = \frac{V_{ol}}{T}$$

Justamente, el hecho de que repitiendo la experiencia, todas las veces que sea necesario, el volumen V_{ol} se alcanza en el mismo tiempo T , se obtiene entonces la comprobación práctica de las experiencias de *Boussisneq*.

Con los conceptos desarrollados previamente, se puede apreciar como la experiencia y el ingenio posibilitan acotar un problema matemático muy complejo, como es la determinación de la velocidad V en cada instante y en cada punto de la sección, el cálculo del valor medio temporal (en la realidad es sumamente pulsante para tiempos muy cortos) y proceder a la integración en la sección transversal de la distribución de velocidades medias temporales. Gracias a las experiencias de *Boussisneq* y a los conceptos Ingenieriles de *Velocidad media* en la sección transversal y el de *Caudal*, la determinación resulta sencilla y de enorme aplicación práctica.

Volviendo a una temática amigable para mi, y con el mismo objetivo de destacar la racionalidad matemática aplicada a la ingeniería, presento a modo de un nuevo ejemplo, otra ecuación que me resulta fascinante, que es la “Ecuación Diferencial del Remanso Hidráulico”, que por una parte es otro caso de “aventura del pensamiento” y por otra, posibilita por medio de su integración por los métodos de diferencia finitas disponibles, evaluar y calcular, con aproximación tecnológica suficiente, la forma que habrá de tomar la superficie libre de un escurrimiento en un canal artificial, debida a una singularidad que la produce. La ecuación de referencia es

$$\frac{dh}{dl} = i \frac{1 - \frac{\Omega_u^2 C_u^2 R_u}{\Omega^2 C^2 R}}{1 - \frac{\Omega_c^2 B}{B_c \Omega^2}} = i \frac{1 - A}{1 - B}$$

En la que h es el “tirante” o profundidad en el canal en cada sección transversal y l es el recorrido. Los términos del segundo lado de la igualdad son parámetros hidráulicos y geométricos de la sección, que posibilitan el cálculo, y que no es necesario aclarar puesto que el presente es solo un artículo de divulgación.

En la *Figura 3* se representa un caso particular de formación de un remanso, entendiendo como tal la transición de la superficie libre, debido a la perturbación al régimen uniforme, que origina alguna singularidad. En el caso de la ilustración, se adopta una presa vertedero (o azud), que obliga al caudal a pasar por encima de la estructura, originando una sobre elevación continua del “tirante” (profundidad) y formando la curva de transición que puede ser apreciada y que logra la identificación entre la cota obligada por el vertedero y el tirante uniforme aguas arriba.

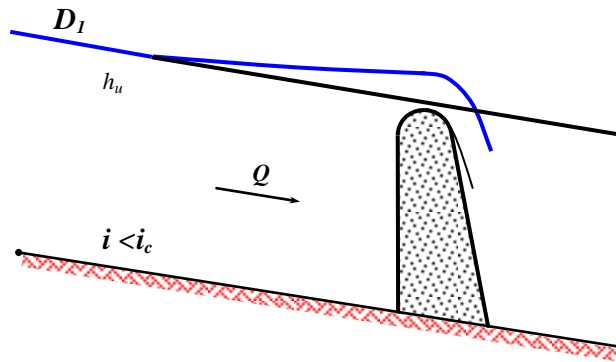


Figura 3.
Remanso Producido por Presa Vertedero o Azud

Dejando de lado las enormes implicancias económicas del remanso nombrado (formación del embalse, inundación de tierras y ciudades que deben ser relocalizadas, etc.) el ejemplo resulta atractivo por que su primer miembro posibilita una fácil interpretación del concepto matemático de derivada, dado que permite además “ver” la variación de la profundidad h (“tirante” en la jerga hidráulica) con el recorrido o camino.

En efecto dh/dl representa la variación previamente nombrada y que resulta visible en la realidad y el segundo miembro implica que es calculable en función de los parámetros hidráulicos de la sección transversal (que va variando de sección a sección con el tirante h) y de los valores del régimen uniforme, previo a la singularidad. En los coeficientes A y B, se resumen los parámetros hidráulicos que obviamente, por las razones ya señaladas, no trataremos aquí, por no constituir el cálculo, el objetivo del presente artículo.

Evidentemente estos procesos de elaboración ingenieril, de aplicación a la Hidráulica, se repiten en miles de aplicaciones ingenieriles de las distintas especialidades.

Por ejemplo y tomando la osadía de referirme a una temática ajena a mi competencia profesional, en un intento por generalizar los conceptos vertidos, recuerdo la expresión de la “Ley de Faraday” o de la “Inducción Electromagnética”, que me lleva a medio siglo atrás a mi época de estudiante. De las clases y del pequeño y brillante libro de “Teoría Básica de la Electrotecnia”, del gran Profesor que fue el Ing. Marcelo Sobrevilla (Profesor de Electrotecnia para Ingeniería Civil por aquellos años), destaco que la ecuación siempre ejerció sobre mi una gran fascinación, por su magnífica interpretación simbólica, de una ley tan fundamental del electromagnetismo. La expresión de referencia según mi recuerdo (y constatada después de casi 50 años en el libro de referencia), es

$$-\frac{d\phi}{dt} = \oint \vec{\varepsilon} \cdot d\vec{l}$$

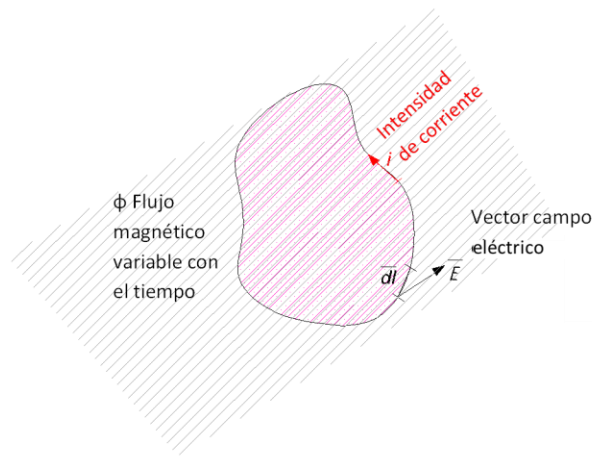


Figura 4.

Interpretación de la Ecuación de Faraday

La misma se interpreta como que “..... La variación en el tiempo del flujo magnético a través de la superficie involucrada por una curva cerrada, inmersa en un campo magnético, induce una corriente dada por la integral cerrada del producto escalar del “Vector campo eléctrico por el elemento diferencial de curva.....”. Es decir que si esa curva fuera un conductor eléctrico en el mismo se induciría una corriente eléctrica. Mis recuerdos, ya tan lejanos, me llevan a pensar que esa ecuación básica es el fundamento de nada menos que de todas las aplicaciones de la electromecánica y que lleva además a las ecuaciones fundamentales de *Maxwell*, para el desarrollo de la teoría básica de las ondas electromagnéticas. Pero obviamente no es el objetivo del presente artículo desarrollar teorías ingenieriles, y mucho menos alejadas de mi competencia, sino, y destaco una vez más, que el mismo es dar lugar a demostrar la riqueza no exenta de genialidad que supo desarrollar la Ingeniería en la Matemática aplicada a la misma.

Obviamente la Ingeniería moderna presenta miles de ejemplos similares a los señalados, por lo que puedo afirmar que ya hace largos años que “estoy curado” del complejo de inferioridad de mis años jóvenes, dado que los aportes de la Ingeniería al conocimiento general y a la Matemática Aplicada a la tecnología en particular, son de una riqueza tal que resulta difícil o prácticamente imposible de abarcar en su totalidad.