FACULTAD DE INGENIERIA
Universidad de Buenos Aires

INSTITUTO DE INGENIERÍA SANITARIA Y AMBIENTAL

CÁTEDRA DE POSGRADO “HIDRÁULICA APLICADA A LA INGENIERÍA SANITARIA”

DEPARTAMENTO DE HIDRÁULICA

CÁTEDRA DE GRADO “HIDRÁULICA GENERAL”

ENERO 2013

BREVE HISTORIA DE LA ECUACIÓN DE DARCY- WEISBACH (FANNING) Y CONSIDERACIONES DE INTERÉS SOBRE LA MISMA

AUTOR: ING. LUIS E. PÉREZ FARRÁS
REVISIÓN Y EDICIÓN: ING. GLORIA NATALY CALVACHI ESPAÑA

LA HISTORIA DE LA ECUACIÓN DE *DARCY-WEISBACH* (*FANNING*) Y CONSIDERACIONES DE INTERÉS SOBRE LA MISMA

1- Generalidades y Objetivos

La ecuación de *Darcy- Weisbach* (o de *Fanning* para los *Ingenieros Químicos* e *Industriales)* es de uso universal (válida para todos los fluidos) y posibilita el cálculo de conducciones unidimensionales vinculando las variables *Caudal Q*, *Diámetro* de la *Conducccción D* y *pérdida de energía o de "Carga"* ΔJ^{*}_{1-2} .

Nota: En los libros especializados se trata la ecuación de referencia y en particular en el libro de mi autoría *"Hidráulica General y Aplicada a la Ingeniería Sanitaria y Selección de Tuberías" (*actualmente en proceso de edición por parte de *EUDEBA).* En el *Capítulo 6*, *"Conduciones a Presión",* pueden ser apreciados los aspectos deductivos de la misma y sus aplicaciones, siguiendo el proceso histórico de su perfeccionamiento en el tiempo.

El objetivo central del presente artículo es de presentar suscintamente la *Historia* de las mejoras constantes de la expresión de referencia, siguiendo los lineamientos de:

a) El *Power Point* realizado en idioma inglés, por el *Profesor Glen O. Brown*, de la *Universidad Estatal de Oklahoma* en 2002 y que me ha hecho llegar oportunamente, el *Dr. Ing. Alfonso Pujol,* durante la etapa final de su mandato como *Director* del *Dto.* de *Hidráulica de la FI UBA*.

b) Considerandos basados en la vasta experiencia y la Historia conservada por nuestras cátedras de *Hidráulica General* de la *Facultades de Ingeniería* de las Universidades Nacionales de *La Plata* (en ese caso apoyada en numerosas investigaciones de Laboratorio) y de *Buenos Aires*. Consecuentemente no pretende ser un artículo de utilidad para el cálculo, para el que remitimos a los interesados en el mismo, a los manuales y libros especializados.

Muchos de los conceptos utilizados en el artículo que nos ocupa, fueron extraidos del *Manual de Hidráulica* del *Prof. Ing. Dante Dalmati* publicado a partir de *1961,* en numerosas ediciones, por el *Centro de Estudiantes de Ingeniería* de la *Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional de La Plata* y también y posteriormente por su homónimo de la *Facultad de Ingeniería de la Universidad de Buenos Aires.*

Se destaca que en el manual de referencia se hace lugar en forma detallada a la evolución histórica del *coeficiente de fricción f* de la ecuación de *Darcy- Weisbach (Fanning)*, brindando las ecuaciones que se fueron incorporando a lo largo del tiempo y destacando los aportes deductivos y experimentales de lo distintos autores.

Dado el carácter de *Manual de Cálculo* de su obra, el *Prof*. *Ing. Dante Dalmati* ha presentando las ecuaciones y las tablas correspondientes para facilitar el cálculo de las mismas. Es preciso tener en cuenta que cuando se editó el manual y durante más de tres decenios posteriores, la herramienta digital no estaba al alcance del usuario común.

Nota: En el libro de mi autoría previamente citado, *"Hidráulica General y Aplicada a la Ingeniería Sanitaria y Selección de Tuberías",* se brindan además las deducciones y referencias a la experiencias que fundamentan las ecuaciones que posibilitan el cálculo actualizado, habiéndose utilizado para ello los trabajos de gran interés práctico y pedagógico del *Prof. Ing. Dante Dalmati* (Manual de *Hidráulica*) y de sus predecesores *Profesores* de las cátedras de *Hidráulica* en ambas universidades; *Ingenieros Juan y José Gandolfo y Roberto D. Cotta*. En resumen, en la obra de referencia, se han dejado de lado las experiencias y deducciones que fueron superadas y se han elaborado y considerado las que conforman la versión mas actualizada de cómo encarar el cálculo de las conducciones unidimensionales de agua a temperatura ambiente**.**

2- La ecuación de *Darcy- Weisbach* (O de *Fanning*)

Adaptándola a nuestra nomenclatura la ecuación se escribe:

$$\Delta J^*_{1-2} = \Delta J_{1-2} = f \frac{\Delta L_{1-2}}{D}\frac{U^2}{2g} \qquad (1)$$

En la expresión *(1)* las variables intervinientes son las indicadas en la *Figura 1* en la que puede apreciarse el esquema de una *conducción a presión*, de *sección constante, en la que escurre un caudal Q* en forma *Permanente* y *Uniforme.* En la misma se aprecian el *Diámetro* de la *conducción,* el *caudal* y las líneas de *Energía total* y la *Piezométrica,* las que permiten definir además, las *variables hidrodinámicas* de la ecuación de referencia.

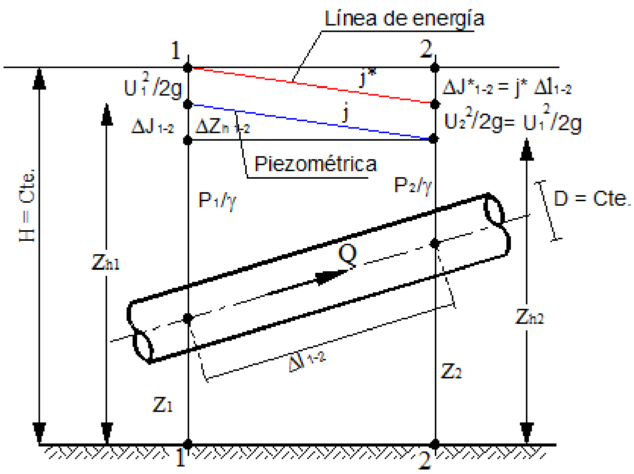

Figura 1
Escurrimiento Uniforme en conducciones a presión

En resumen se tiene que:

- ΔJ^*_{1-2} es la *"Pérdida de Energía Hidráulica"* entre las *secciones 1-1 y 2-2*
- ΔJ_{1-2} es la *"Pérdida de carga"* entre las *secciones 1-1 y 2-2*
- f es el *"Coeficiente de Fricción",* el desarrollo del cual a través de los distintos autores y consecuentes tiempos, pretendemos narrar
- z_i son las "alturas" respecto a un plano arbitrario de comparación (expresión de *Bernoulli*)
- $z_{hi} = z_i + p_i/\gamma$ son las "*alturas"* suma de las *altura topográficas"* y de *"presión"* en cada *sección transversal*
- ΔL_{1-2} es la *"longitud"* del tramo de conducción considerado
- D es el *"Diámetro"* de la conducción
- Q es el *"Caudal"* que escurre
- U es la *"Velocidad media"* del escurrimiento.

En *1845*, *Julius Weisbach* estableció la ecuación con la forma de la *(1)* dando para el coeficiente *f* la expresión

$$f = \alpha + \frac{\beta}{\sqrt{V}} \qquad (2)$$

Los *coeficientes α* y *β* se brindan en tablas proporcionadas por el autor.

3- La ecuación de *Chezy*

Previamente a la aparición de la ecuación que nos ocupa, *Antoine Chezy* en *1770* estableció la fórmula (muy usada actualmente en toda América en *canales*) $U = C\sqrt{Ri}$, de la que se deduce que, para su aplicación a una *tubería circular a presión*

$$4R = D\,;\;\; i = j = j^* = \frac{\Delta J^*_{1-2}}{\Delta L_{1-2}} \;\;\therefore\;\; \Delta J^*_{1-2} = \frac{4}{C^2}\frac{\Delta L_{1-2}}{D}U^2 \qquad (3)$$

En la *(3)* y por definición *R es el radio medio hidráulico* de una *sección transversal* definida como la relación entre la *sección mojada* y el *perímetro mojado* $R = \Omega / \chi$; para la sección circular consecuentemente resulta *4R =D*.

Relacionando con la expresión de *Darcy- Weisbach (Fanning)*, surge que

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = \frac{C}{\sqrt{8g}}$$

Por lo que la relación entre los *coeficientes de fricción* de ambas ecuaciones resulta, según la *(4)*

$$C = \sqrt{\frac{8g}{f}} \qquad (4)$$

4- Ecuación de Hagen- Poiseuille

Hagen en *1839* y *Poisseuille* en *1841*, establecieron para los *escurrimientos laminares* a *presión*, la expresión

$$\Delta J^*_{1-2} = 64\,\nu\,\frac{\Delta L_{1-2}}{D^2}\frac{U}{2g}$$

En la que ν es la *viscosidad cinemática* dada por su definición como la relación entre la *viscosidad absoluta* y la *masa específica* de la sustancia en estudio, es decir $\upsilon = \mu / \rho$

Osborne Reynolds, en *1883* estableció la relación que lleva su nombre (*Número de Reynolds Re*) dado por la relación

$$\mathrm{Re} = {U\,D}/{\upsilon} = {\rho\,U\,D}/{\mu}$$

En la que ν es la *"viscosidad cinemática" dada por* $\upsilon = \mu / \rho$ *.* El *número de Reynolds* tiene importantes aplicaciones, en particular en el cálculo de las *conducciones a presión* y a *superficie libre* (sobre todo en el último caso en la normativa Europea) y en general en numerosas aplicaciones de la *Hidráulica* en particular y la *FLuidodinámica* en general.

Nota: Se remite al lector interesado en profundizar los conceptos relativos a la importancia del *Número de Reynolds,* a la bibliografía de Hidráulica en general y/o a los *Capítulos 4 y 5* del libro *"Hidráulica General y Aplicada a la Ingeniería Sanitaria y Selección de Tuberías" en proceso de edición por EUDEBA.*

Reynolds estableció que el régimen *laminar* y *turbulento* se dan al cumplirse los siguientes requisitos

Laminar Re < 2,000 ; 2,000 > Recritico < 4,000 ; Turbulento Re> 4,000

Determinó que para el *escurrimiento laminar* $f = 64/\mathrm{Re}$

Por lo que la expresión de *Darcy- Weisbach*, válida para *régimen laminar*, toma la forma dada por la *(5)*

$$\Delta J^{*}_{1-2} = \frac{64}{\mathrm{Re}} \frac{\Delta L_{1-2}}{D} \frac{U^2}{2g} \qquad (5)$$

5- Ecuación de *Darcy*

Henry Darcy formuló en *1857* y para todas las condiciones

$$\Delta J^{*}_{1-2} = \frac{\Delta L_{1-2}}{D}\left[\left(\alpha + \frac{\beta}{D^2}\right)V + \left(\alpha' + \frac{\beta'}{D}\right)V^2\right] \qquad (6)$$

En la *(6)* $\alpha;\ \beta;\ \alpha';\ \beta'$ son coeficientes tabulados por el autor.

6) Ecuación de Fanning

En *1877 John Fanning*, estableció la ecuación

$$\Delta J^{*}_{1-2} = m\,\frac{\Delta L_{1-2}}{R} \frac{U^2}{2g} \qquad (7)$$

En la que la *(7)* difiere de la *(1)* tan sólo en que $m = f/4$. El autor publicó una tabla que da los valores de *m* en función de los distintos *diámetros* y *velocidades.*

La expresión de *Fanning* está muy difundida entre los *Ingenieros Químicos, industriales* y de otras especialidades, tanto es así que la Ecuación de *Darcy – Weisbach,* muy utilizada en la *Hidráulica de las Conducciones por los Ingenieros Civiles y/o hidráulicos,* es conocida como la ecuación de *Fanning* para los profesionales de esas especialidades.

7) Ecuaciones “Modernas”

7-1- Ecuación de Blasius

Paul Blasius, propuso en *1913*, y solo para *tuberías lisas* la expresión para *f*

$$f = \frac{0.3164}{\mathrm{Re}^{0,25}} \qquad (8)$$

La *Ecuación (8)* es válida para el *Número de Reynolds Re* menor a *100 000* y discrepa con las experiencias realizadas posteriormente, para valores mayores crecientes del mismo.

7.2- Aporte de Prandtl

Ludwig Prandtl fue el creador de la teoría de la *capa límite* y de la *subcapa laminar* y precursor de los trabajos de *von Kárman, Nikuradse* y otros. Propuso la *ecuación (9),* obtenida con un criterio racional y adaptada por la experimentación y que es válida para *régimen turbulento* en *tuberías de comportamiento como lisas* (con *k* sumergido en la *subcapa laminar*).

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2\log\left(\mathrm{Re}\sqrt{f}\right) - 0.08 \qquad (9)$$

En la *Figura 2* se aprecia la *Ecuación (9)* representada en un gráfico doble logarítmico *f-Re* y destacando que en el Manual del *Prof. Ing. Dante Dalmati*, de la que fue escaneada, se la denomina *Ecuación de Kárman- Prandtl.* Es de destacar que la *(9)* no difiere casi nada de la *(8)* en el campo de aplicación de ésta, por lo que la *Ecuación de Blasius* resulta superada y abarcada por la de *Prandtl.*

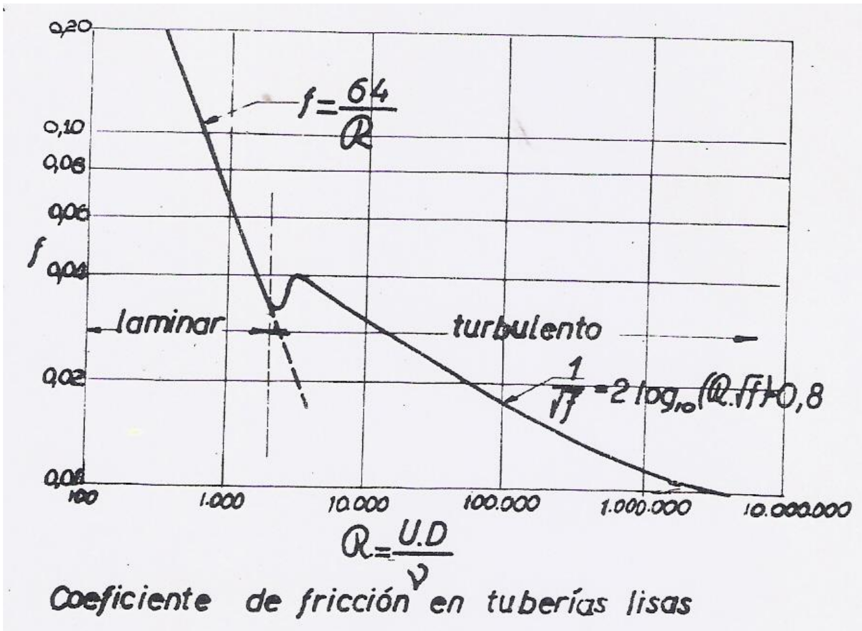

Figura 2
Representación de la Ecuación de Kárman- Prandtl

7.3- *Ecuación de Von Kárman*

Para *tuberías de comportamiento como rugosas* (con *k* emergiendo claramente de la *subcapa laminar* y por lo tanto impidiendo la existencia de la misma) y usando experiencias de *Nikuradze*, *Theodor von Kármán* en *1930* propuso la ecuación válida para escurrimiento con altos *Números de Reynolds (plenamente turbulento* y consecuentemente alejado del *régimen laminar):*

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 1.14 - 2\log\left(\frac{k}{D}\right) \qquad (10)$$

En la *ecuación (10)* la "*Rugosidad Absoluta k"* mide en cierta forma, la *altura* representativa de la *rugosidad* del revestimiento interno de la conducción.

Nota: El concepto de *tubería rugosa* o *lisa* es relativo e íntimamente relacionado con el de la *"Capa Límite"* y la *"Subcapa laminar". Nuevamente se remite al lector interesado en profundizar conceptualmente el tema a la bibiliogafía especializada o al libro en proceso de edición por EUDEBA, "Hidráulica General y Aplicada a la Ingeniería Sanitaria y Selección de Tuberías", Capítulo 6. También podrá apreciarse en el mismo capítulo y con más profundidad el concepto de "Rugosidad Absoluta k".*

7-4- Experiencias de Johann Nikuradse

En *1933* y realizando experiencias con *tuberías* revestidas interiormente de *arena uniforme* (con *diámetros* de granos muy similares entre si), determinó el gráfico doble logarítmico que se representa en la *Figura 3*

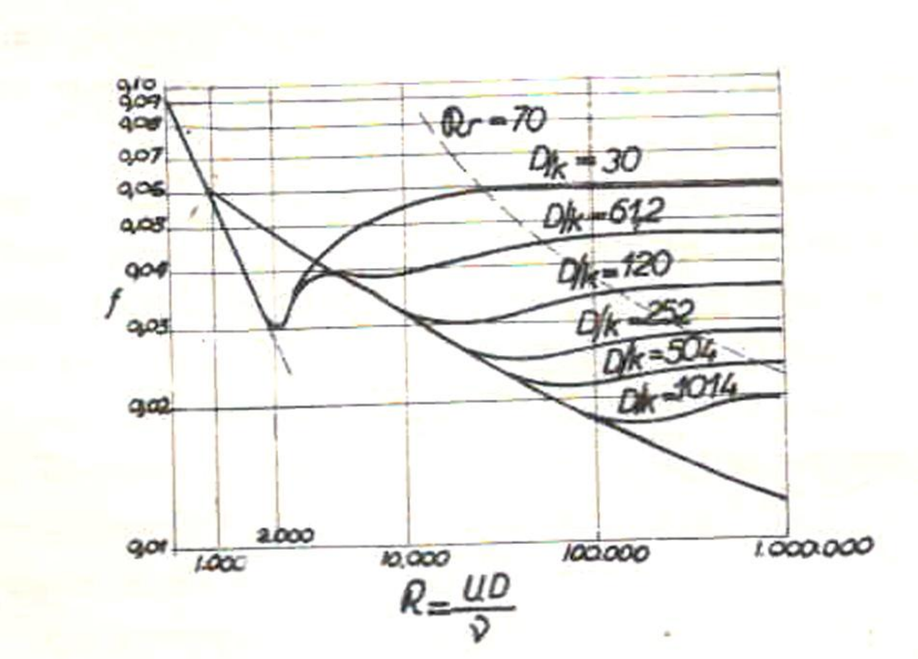

Figura 3
Experiencias de Nikuradse con Arena Uniforme

7-5- Experiencias y Ecuación de Colebrook y White

Colebrook y *White* presentaron varios documentos técnicos sobre la *fricción* en *tuberías* en la década de *1930,* basados en la experimentación. *C. F. Colebrook,* en *1939* presentó la *Ecuación (11)* que se presenta a continuación y que es de aplicación para *tuberías comerciales* en la zona de *transición* entre comportamiento *como tubería lisa* y como totalmente *rugosa,* es decir en la zona donde tienen influencia simultánea en la *fricción* la *subcapa laminar* y también la *rugosidad relativa D/k.*

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 1.14 - 2\log\left(\frac{k}{D} + \frac{9.35}{\mathrm{Re}\sqrt{f}}\right) \qquad (11)$$

7- 6- *Hunter Rouse, 1942, Integración de los Conceptos Previos*

Corresponde a *Hunter Rouse* la integración de los conceptos previos para dar lugar a la metodología de *Cálculo de Conducciones* utilizadas hasta la fecha. Fue en *1942* cuando propuso la integración de sus trabajos que culminaron en su famoso gráfico, de gran utilidad para el cálculo y también para la pedagogía, de un tema tan árido como necesario, como es el correspondiente a la problemática del cálculo de las *conducciones de fluidos incompresibles unidimensionales.*

En resumen se dispone de las ecuaciones que siguen:

Para *escurrimiento laminar* $\Delta J^*_{1-2} = \dfrac{64}{\mathrm{Re}} \dfrac{\Delta L_{1-2}}{D} \dfrac{U^2}{2g}$ *(5)*

Para *tuberías que actúan* como *"lisas"* $\dfrac{1}{\sqrt{f}} = 2 \log \mathrm{Re} \sqrt{f} - 0{,}80$ *(9)*

Para *tuberías que actúan* como *"rugosas"* $\dfrac{1}{\sqrt{f}} = 2 \log \dfrac{D}{k} - 1{,}14$ *(10)*

Para la *zona de transición* $\dfrac{1}{\sqrt{f}} = 1.14 - 2 \log \left(\dfrac{k}{D} + \dfrac{9.35}{\mathrm{Re}\sqrt{f}} \right)$ *(11)*

Las *ecuaciones (9)* y *(10)* pueden ser representadas en escalas logarítmicas, como en la *Figura 4,* en la que se muestran como las distintas experiencias que conforman nubes de puntos dan lugar a las dos rectas representativas de las mismas.

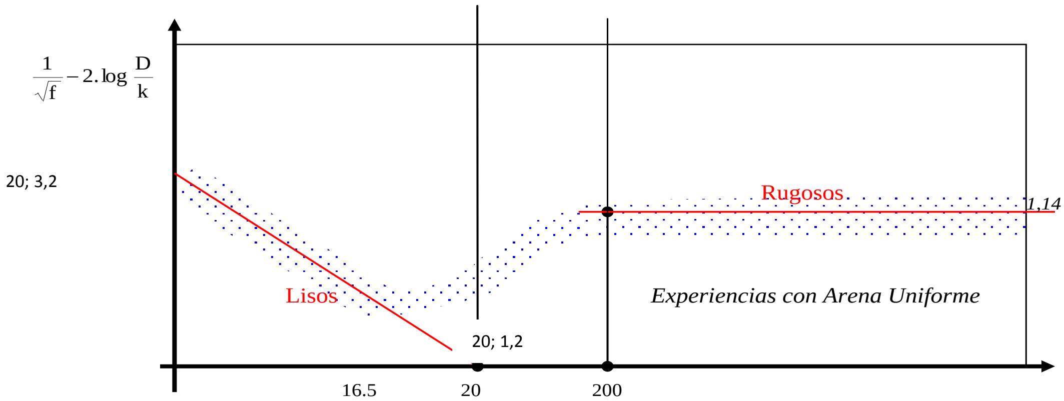

Figura 4
Experiencias con Arena Uniforme

En resumen, un tubo puede funcionar:

- *Como Liso*; en cuyo caso la resistencia se debe exclusivamente a la *viscosidad*, aunque el tubo sea *rugoso* en términos absolutos.
- *Como Rugoso*; la resistencia se debe solamente a la *rugosidad*, aunque el fluido sea *viscoso*.
- En un *Estado Intermedio* entre los Citados; para el cual la resistencia depende simultáneamente de la *rugosidad* del tubo y de la *viscosidad* del fluido.

Los trabajos de *Nikuradse* y de *Colebrook* y *White* posibilitaron la ecuación *(11)* que resuelve la *zona de transición.*

Nótese que al representar en la *Figura 6* los resultados obtenidos por *Nikuradse* y por *Prandtl*, la curva resultante *IV*, no coincide con la de revestimiento con *arena uniforme*, ni con la de la *no uniforme,* sino que se mantiene entre ambas.

De ello se deduce que la rugosidad natural de las tuberías comerciales no es ni tan uniforme como la artificial de *Nikuradze*, ni tan irregular como la correspondiente a la arena empleada por *Colebrook – White* en sus experiencias. En consecuencia, en primera aproximación, de aplicación suficiente para los requerimientos tecnológicos, es admisible considerar que la función de transición en tuberías de materiales comerciales puede representarse por una única curva.

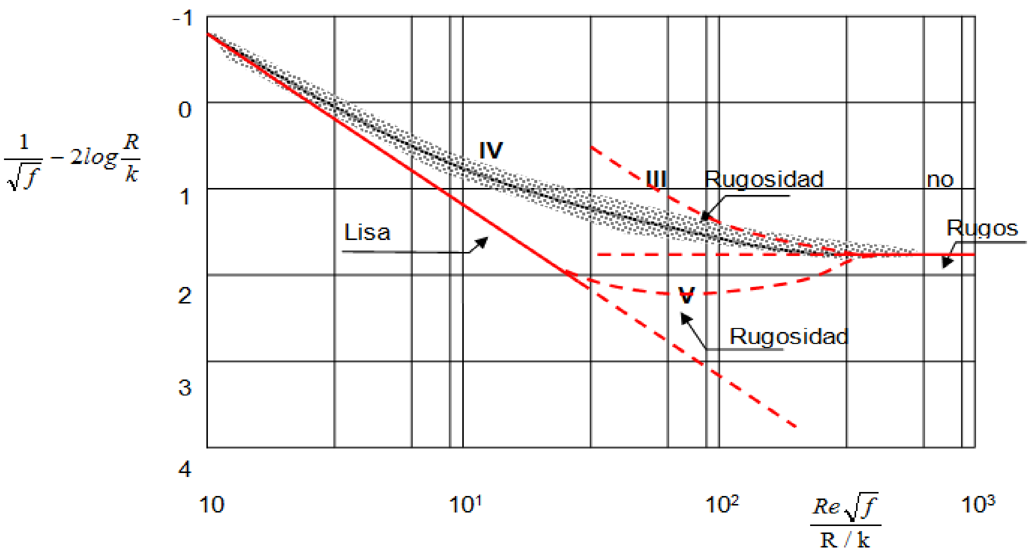

Figura 6.
Experiencias con Tuberías Comerciales

Nota: Nótese que el gráfico previo presenta en las funciones de las ordenadas y abscisas el *Radio* y no el *Diámetro*.

La ecuación semi- experimental de *Colebrook y White* siendo asintótica a las ecuaciones para *tuberías lisas* y *rugosas*, no se aparta significativamente de los numerosos puntos que surgen de los ensayos por ellos realizados. Dicha ecuación obviamente es la *(11).*

El gran mérito del *Profesor Hunter Rouse* fue el de integrar todos los conocimientos previos en un gráfico que publicó en su libro editado en *1942*, denominado *Hidráulica* que fue el texto obligado durante décadas en todas las escuelas de *Ingeniería Civil* e *Hidráulica* del mundo y la fuente de información de todas las publicaciones posteriores relacionadas con el cálculo de conducciones.

El gráfico posibilita el cálculo hidráulico de tuberías con el denominado *criterio racional*, y para *todos los fluidos*, en contraposición al cálculo a ser realizado con *expresiones empíricas*, el que se tratará brevemente inmediatamente después y que son válidas solo para el *escurrimiento de agua* a *temperaturas ambiente.*

En la *Figura 7* se presenta en un diagrama doble logarítmico las relaciones obtenidas. El mismo se complementa con el *Número de Reynolds*, cuyo eje de referencia se encuentra superiormente y con la ordenada principal f, que es justamente la variable principal a ser evaluada.

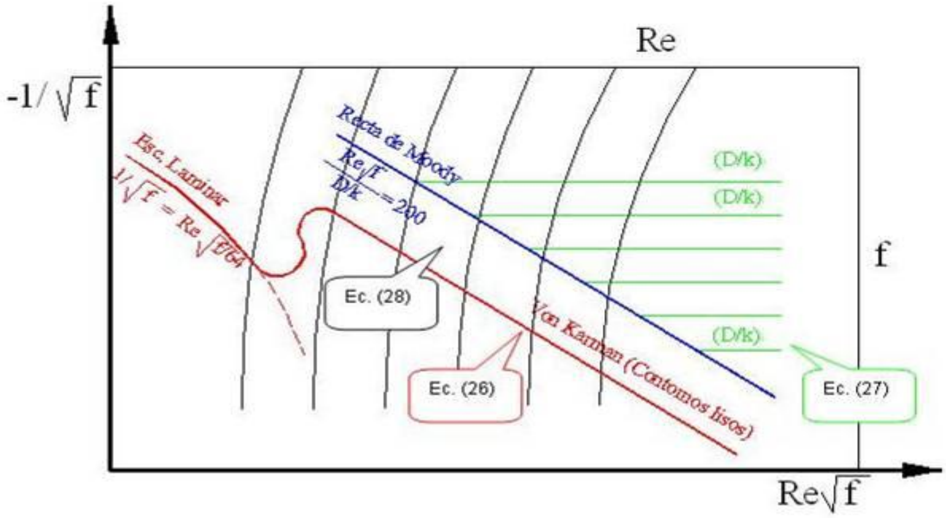

Figura 7.
Construcción del Diagrama de Rouse

En el gráfico pueden apreciarse las líneas rectas que nacen a partir de la *"Recta de Moody"*, la cual constituye el límite a partir del cual las tuberías pueden considerarse como *rugosas*. Cada una corresponde a una relación *D/k.*

A continuación se brinda el gráfico original de *Rouse* utilizado desde su aparición por las *Cátedras de Hidráulica* de la *FI UNLP* y la *FI UBA.* En general puede decirse que el Diagrama que nos ocupa y la teoría que representa, denominada *Teoría Racional*, en contraposición con las *Ecuaciones Empíricas*, son de uso ampliamente difundido entre los *Ingenieros civiles* e *Hidráulicos*

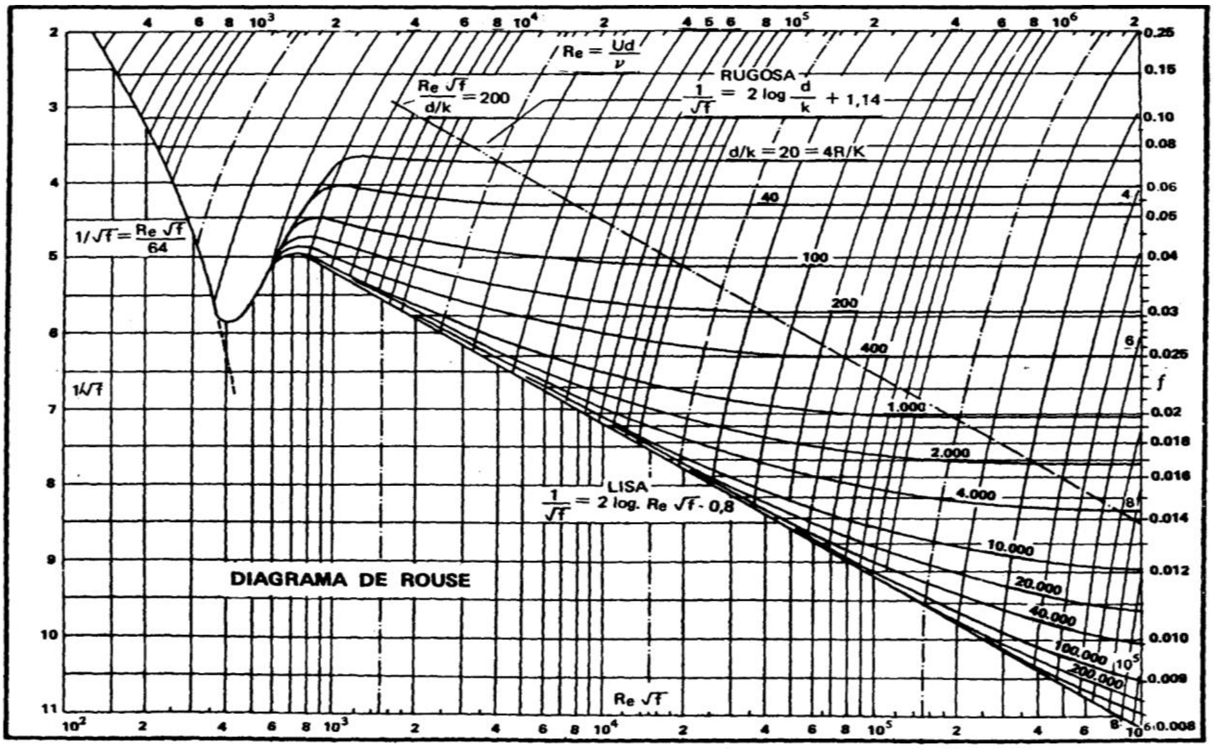

Figura 8
Diagrama de Rouse

Nótese que la denominada *"Región Crítica",* situada aproximadamente entre los *Números de Reynolds 2300 y 4500,* implica una zona de incertidumbre en los cálculos y tanto es así que *Moody* en su diagrama la deja indefinida.

Rouse en cambio propone curvas experimentales que representan valores medios en una región de gran dispersión de los puntos determinados en los ensayos. El *Prof. Ing. Roberto E. Pérez,* de la *Facultad de Ingeniería* de la *Universidad Nacional de la Patagonia San Juan Bosco (FI UNP SJB)*, determinó las expresiones matemáticas de las curvas de referencia, las que serán publicadas oportunamente en el tratado sobre *Hidráulica* a realizar en conjunto, con motivo del convenio firmado entre su *Facultad* y la *FI UBA*, y cuya validez está vigente.

Es de destacar el hecho que cuando del *escurrimiento del agua* en *conducciones unidimensionales* se trata, los valores del *número de Reynolds* superan ampliamente los correspondientes a la región crítica, por lo que las precisiones en esa región carecen de todo sentido práctico. En efecto, un ejemplo numérico sencillo, con valores usuales de la práctica, ilustra convenientemente sobre el concepto expuesto. Consideremos una tubería de *diámetro 300 mm,* que eroga un *caudal* con una *velocidad media* de *1, 5 m/s,* como en términos aproximados la *viscosidad cinemática* del agua a temperatura ambiente es del orden de *1000000* m^2/s , *Re* resulta

$$\mathrm{Re} = \frac{U\ D}{\upsilon} = \frac{1{,}5\ x\ \ 0{,}3}{1000000} = 450\,000$$

El valor hallado no deja duda alguna de que el escurrimiento planteado como ejemplo, es *claramente plenamente turbulento* y consecuentemente sumamente alejado de la *región crítica*, en la que la inestabilidad del escurrimiento, característica del régimen turbulento, apenas comienza.

7-7- El Diagrama de Lewis Moody, de 1944, Autodenominado por su Autor como "De Forma Conveniente".

Se presenta a continuación el Diagrama de *Lewis Moody* (escaneado del Manual del *Prof. Ing. Dante Dalmati),* quien representa las ecuaciones analizadas previamente, pero para un distinto sistema de coordenadas que *Moody* consideró más conveniente. Utiliza los ejes *f* y *Re.*

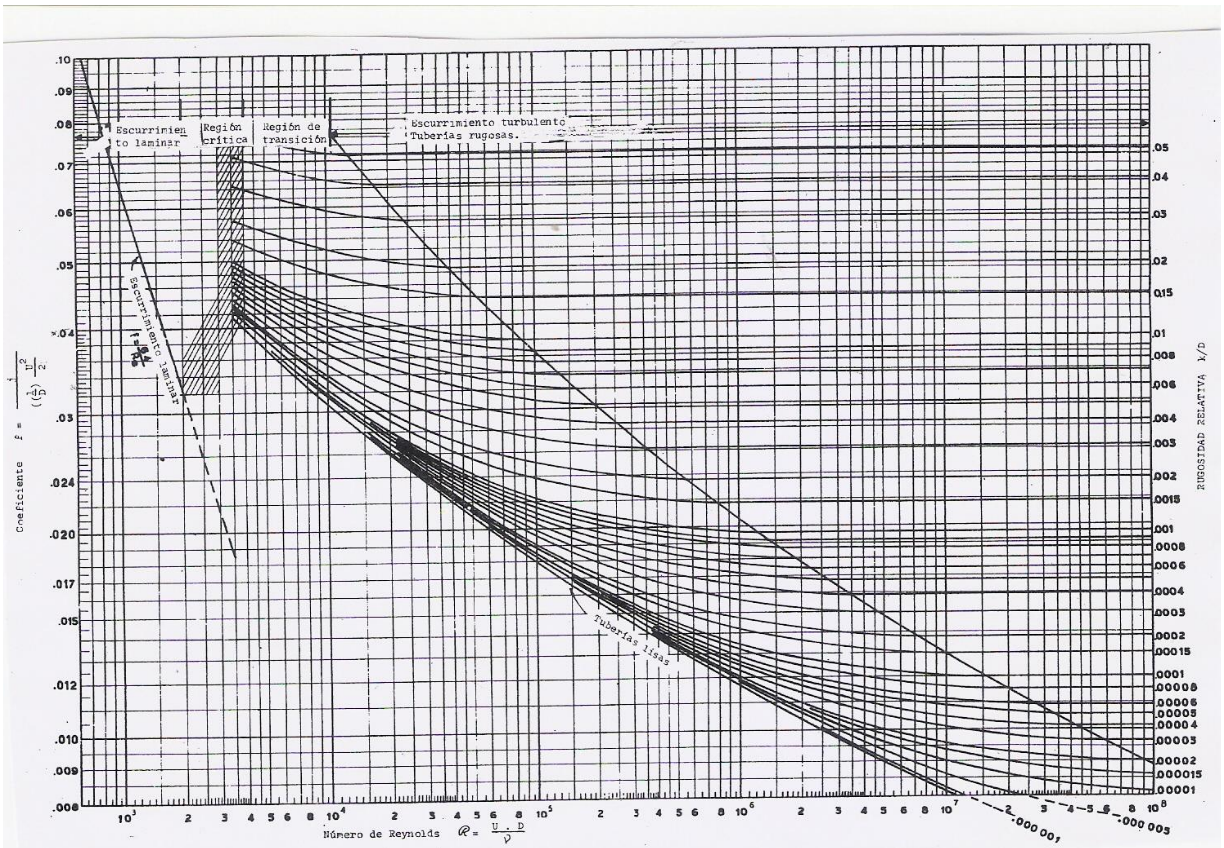

Figura 11
Diagrama de Moody

El diagrama de *Moody* es utilizado masivamente por los *Ingenieros Químicos* e *Industriales.*

8- Conceptos, Comentarios y Conclusiones de Interés

La ecuación de *Darcy - Weisbach - Fanning,* ha presentado una historia confusa de denominaciones. En efecto se la ha conocido en distintos ambientes como; *Ecuación de Weisbach, Ecuación de Darcy, Ecuación de Chezy, Ecuación de Escurrimiento en Tuberías, Ecuación de Fanning* (bajo ese nombre la utilizan los *Ingenieros Químicos* e *Industriales*), también ha sido utilizada sin nombre alguno. Finalmente fue *Hunter Rouse* quien la denominó como se la conoce actualmente en el ambiente hidráulico, es decir como la *Ecuación de Darcy- Weisbach.*

El diagrama de coordenadas *f* y *Re*, es prácticamente acreditado en forma casi universal a *Moody,* y las contribuciones de otros investigadores, en especial de *Rouse,* son a menudo ignoradas.

En realidad, ese hecho constituye cierta injusticia respecto a *Hunter Rouse* quien profesaba un gran respeto por *Moody*. Sobre todo por la falta de reconocimiento de su trabajo previo, que originalmente contenía su diagrama en coordenadas *f* y *Re.* Ello no obstante *Moody* publicó su diagrama en *1942* sin que *Rouse* defendiera su paternidad y así es como su diagrama goza de gran popularidad y es conocido por su nombre.

Prácticamente nada ha cambiado en las aplicaciones de la Ecuación de *Darcy- Weisbach* desde la publicación de *Moody de 1944.* La *"zona crítica"* entre *Re = 2300 y Re* aproximadamente *4500,* sigue indefinida y la rugosidad de las tuberías sigue siendo difícil de determinar con exactitud.

Es muy sorprendente que la evaluación del *coeficiente de fricción f* no haya sido modificada o reemplazada en los últimos *69* años.

Es digno de destacar a modo de nota de interés y de Adelanto, (es inminente su publicación) que el *Prof. Ing. Roberto Enrique Pérez, Profesor de Hidráulica General e Hidráulica Aplicada de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional de la Patagonia,* con sede en *Comodoro Rivadavia*, ha desarrollado las ecuaciones en la *"zona crítica",* la que aparece en blanco o indefinida en el *diagrama de Moody* y con curvas que representan valores medios experimentales en el *Diagrama de Rouse. Es mérito del Prof. Ing. Roberto E. Pérez* haber desarrollado las expresiones matemáticas de las curvas de referencia.

9 - Las ecuaciones empíricas para el cálculo hidráulico de conducciones a presión

En las aplicaciones de la *Hidráulica de las Conducciones Unidimensionales* y de la *Ingeniería Sanitaria,* es prácticamente equivalente el uso de las fórmulas racionales o de las empíricas, como la de *Hazen y Williams*, dentro de la aproximación tecnológica requerida.

El hecho previo es digno de destacar dado que numerosos profesionales que se desempeñan como calculistas de tuberías de agua, son *Ingenieros Químicos,* o *Ambientales,* o de otras especialidades, que tienen como denominador común el hecho de que no han tenido *Hidráulica* en su formación básica y si, han cursado *Mecánica de los Fluidos*. Es decir que al tratar universalmente con todo tipo de fluidos, han estudiado los métodos de cálculo basados en la denominada *"Teoría Racional",* base de los diagramas de *Rouse* y *Moody*, la que posibilita el cálculo de conducciones para todo tipo de fluidos.

En resumen se pretende revalorizar el uso de las expresiones empíricas, y en especial la de *Hazen y Williams*, en el amplio campo de aplicación al *cálculo de conducciones de agua a presión y a temperatura ambiente,* dado que su simplicidad posibilita soluciones de gran sencillez y sobre todo elaboraciones matemáticas inmediatas cuando son requeridas para algún proceso deductivo y sin tener que recurrir a las iteraciones que el *método racional, naturalmente laborioso,* implican.

Se destaca que las fórmulas empíricas en general y la de *Hazen y Williams* en particular, son una forma muy práctica de aplicar la ecuación de *Darcy- Weisbach* cuando de transporte de agua en conducciones unidimensionales y a temperatura ambiente se trata. En efecto, la expresión de *Darcy- Weisbach* es:

$$j = \frac{f}{D}\,\frac{U^2}{2g}$$

En la que *f* es el coeficiente de fricción, que se ha probado resulta función de las variables

$$U\ ;\ \rho\ ;\ D\ ;\ \mu\ \ ;\ k$$

Si en la expresión nombrada se reemplaza la velocidad media *U* en función del *caudal* y la *sección transversal* (ecuación de continuidad) y además se sustituye el coeficiente de fricción por la relación

$$f\ = 8\ g\ b$$

En la que *g* es la aceleración normal de la gravedad y *b* un coeficiente empírico, resulta

$$j = 6{,}48\ b\ \ \frac{Q^2}{D^5}$$

En la que *b* ha sido investigado por numerosas instituciones y autores. La anterior es la ecuación de *Darcy - Weisbach* expresada de manera tal que pueda representar a todas las fórmulas empíricas existentes a través del coeficiente *b* que le corresponde a cada investigación.

La primera forma en función del *coeficiente de fricción f*, es de suma utilidad para ser aplicada con los criterios racionales, fundados en la moderna *teoría fluidodinámica* corroborada y adecuada por la experimentación. Su gran ventaja radica no solo en su racionalidad sino que además posibilita su aplicación con criterio universal, es decir a gran número de fluidos en distintas condiciones de temperatura y aún en tuberías no circulares.

La segunda, aplicable al escurrimiento a presión de agua a temperatura ambiente y en función del coeficiente *b*, da lugar a las distintas expresiones empíricas que existen. El coeficiente *b*, es función de las características experimentales tenidas en cuenta en cada caso y permite pasar revista a las numerosas expresiones existentes.

En el extremo de mayor precisión dentro de las expresiones empíricas, la más utilizada actualmente es la de *Hazen y Williams*:

$$j = \frac{1}{\left(0{,}275\, C\right)^{1{,}85}} \; \frac{Q^{1{,}85}}{D^{4{,}85}} \qquad (12)$$

Nota: El valor de *b* determinado experimentalmente, que posibilita llegar de la expresión de *Darcy- Weisbach* a la *(12,)* da lugar a una función muy compleja de las variables intervinientes.

En la *(12)* *C* es una constante que mide la *rugosidad*, en términos absolutos, del material de la conducción. La ecuación que nos ocupa es solo válida para escurrimiento de agua en régimen plenamente turbulento y no contempla variaciones por temperatura, por lo que sus aplicaciones, cuanto más alejadas son de las temperaturas de experimentación y formulación, hacen más inexacta su aplicación.

En el vasto campo de aplicación en el *Saneamiento Básico*, es decir *Abastecimiento de agua, desagües cloacales y pluviales* (desagües urbanos) e incluso en numerosos casos de *desagües industriales,* las conducciones a presión erogan siempre agua a temperaturas ambiente, por lo que la variación de la *viscosidad* puede en muchos casos resultar insignificante en términos prácticos.

Es por ello que en esos casos las expresiones empíricas tienen gran valor, sobre todo cuando se requieren análisis comparativos con profusión de desarrollos matemáticos.

Obviamente al obviar la variabilidad de los *efectos viscosos*, se reduce la necesidad de laboriosos cálculos iterativos o lo que es mejor, se posibilitan los reemplazos matemáticos con *expresiones empíricas* más simples, como es el caso de la expresión de *Hazen y Williams*. La misma constituye una valiosa y simple herramienta, mucho más sencilla que las expresiones racionales, y que resulta de aplicación en la inmensa mayoría de los casos de la práctica cuando de *conducciones de agua* a *presión* y *temperatura* ambiente se trata.

En casos particulares donde se requiera gran exactitud, en apariencia los métodos racionales deberían ser la solución al posibilitar la corrección por *temperatura*, pero requieren de un dato generalmente impreciso que es la *rugosidad absoluta* del material, por lo que las *soluciones "exactas"* (con criterio científico) son sumamente dificultosas o prácticamente imposibles.

En el trabajo *"Análisis Comparativo de las Ecuaciones Racionales y Empíricas para el Cálculo Hidráulico de Conducciones a Presión",* realizado en conjunto con la *Inga. María Eva Koutsovitis* y presentado al *XVII Congreso Argentino de Saneamiento,* se ha probado la equivalencia en términos de aproximación tecnológica, del *Criterio Racional y* de la expresión de *Hazen y William.*

La expresión de referencia es consecuentemente, una valiosa y simple herramienta mucho más sencilla que las expresiones racionales, y que resulta de aplicación en la inmensa mayoría de los casos de la práctica cuando de conducciones de agua a presión se trata.

En casos particulares donde se requiera gran exactitud, en apariencia los métodos racionales deberían ser la solución al posibilitar la corrección por temperatura, pero requieren de un dato generalmente impreciso que es la rugosidad absoluta del material, por lo que las soluciones *“exactas”* (con criterio científico) son sumamente dificultosas.

En resumen, para el caso de conducciones de agua a presión y a temperatura ambiente, la expresión empírica de *Hazen y Williams* reemplaza con ventaja al *criterio racional* y con *similar grado de exactitud*. Para casos muy especiales (temperaturas del agua mayores a las del ambiente), los criterios racionales pueden dar valores más aproximados a la realidad. Obviamente cuando se trata del escurrimiento de otros fluidos, o de agua a temperaturas superiores a los *23 grados centígrados*, el *criterio racional* de cálculo, y consecuentemente los gráficos de *Rouse* y *Mooody*, son de aplicación inmediata.