Tesis doctoral: Análisis de separación no estacionaria a partir de líneas de emisión

Gisela Daniela Charó

Director: Dr. Guillermo O. Artana

Co-Directora: Dra. Denisse Sciamarella

30 de Marzo de 2020

FACULTAD DE INGENIERIA
Universidad de Buenos Aires

Laboratorio de Fluidodinámica
FACULTAD de INGENIERÍA | UBA

Contenidos

Contenidos

Motivaciones

- **Entender fenómenos naturales.**

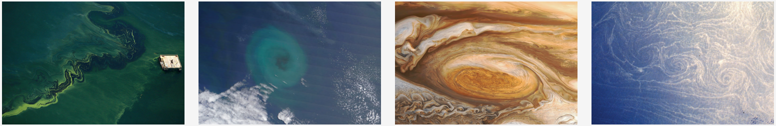


Figura: (Haller, 2015)

Motivaciones

- **Entender fenómenos naturales.**

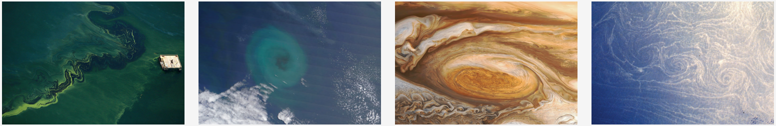


Figura: (Haller, 2015)

- **Comprender el mezclado de distintos fluidos en diferentes procesos.**

¿ Cuáles son las regiones Lagrangianas que estudiaremos?

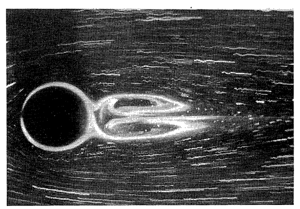
- ¿ Qué tipo de escurrimientos vamos a estudiar?

¿ Cuáles son las regiones Lagrangianas que estudiaremos?

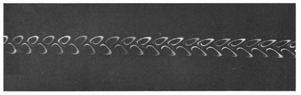
- ¿ Qué tipo de escurrimientos vamos a estudiar? Escurrimientos laminares bidimensionales.

¿ Cuáles son las regiones Lagrangianas que estudiaremos?

- ¿ Qué tipo de escurrimientos vamos a estudiar? Escurrimientos laminares bidimensionales.



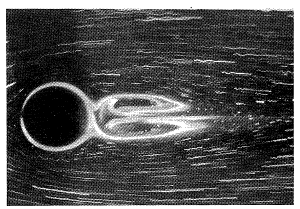
(a) (Taneda,1978).



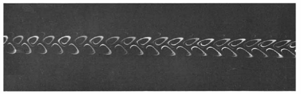
(b) (Zdravkovich,1969).

¿ Cuáles son las regiones Lagrangianas que estudiaremos?

- ¿ Qué tipo de escurrimientos vamos a estudiar? Escurrimientos laminares bidimensionales.



(a) (Taneda,1978).

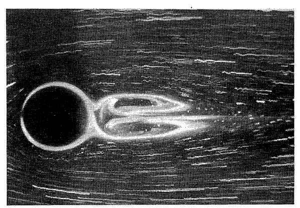


(b) (Zdravkovich,1969).

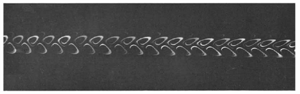
- ¿Cómo encontrar estas regiones?

¿ Cuáles son las regiones Lagrangianas que estudiaremos?

- ¿ Qué tipo de escurrimientos vamos a estudiar? Escurrimientos laminares bidimensionales.



(a) (Taneda,1978).

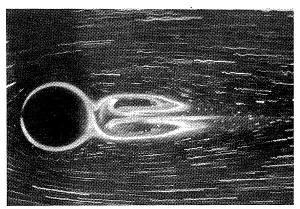


(b) (Zdravkovich,1969).

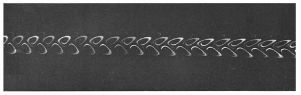
- ¿Cómo encontrar estas regiones?
- Mezcla laminar (sin difusión) → Barreras de transporte persistentes que definen **islas de no mezclado** o que se mezclan pobremente, es decir, conjuntos de partículas que evolucionan sin una mezcla significativa con el **fluido circundante**.

¿ Cuáles son las regiones Lagrangianas que estudiaremos?

- ¿ Qué tipo de escurrimientos vamos a estudiar? Escurrimientos laminares bidimensionales.



(a) (Taneda,1978).



(b) (Zdravkovich,1969).

- ¿Cómo encontrar estas regiones?
- Mezcla laminar (sin difusión) $\rightarrow$ Barreras de transporte persistentes que definen **islas de no mezclado** o que se mezclan pobremente, es decir, conjuntos de partículas que evolucionan sin una mezcla significativa con el **fluido circundante**.
- Perspectivas Euleriana y Lagrangiana dan lugar a predicciones no comparables.

Objetivo

- Lograr herramientas matemáticas $\rightarrow$ existencia, ubicación y destino de estas regiones Lagrangianas

Objetivo

- Lograr herramientas matemáticas $\rightarrow$ existencia, ubicación y destino de estas regiones Lagrangianas
- **Detectar y estudiar las propiedades dinámicas de estas regiones (islas de no mezclado y fluido circundante).**

Líneas de emisión

- **¿Qué es?** Una línea de emisión a tiempo T está formada por las partículas de fluido que pasaron a través de una ubicación $\boldsymbol{x_0}$ determinada en el espacio entre el tiempo inicial t_0 y T.

Líneas de emisión

- **¿Qué es?** Una línea de emisión a tiempo T está formada por las partículas de fluido que pasaron a través de una ubicación $\boldsymbol{x_0}$ determinada en el espacio entre el tiempo inicial t_0 y T.
- Se puede visualizar inyectado tinta en $\boldsymbol{x_0}$ continuamente durante el intervalo de tiempo $[t_0, T]$.

Líneas de emisión

- **¿Qué es?** Una línea de emisión a tiempo T está formada por las partículas de fluido que pasaron a través de una ubicación $\boldsymbol{x_0}$ determinada en el espacio entre el tiempo inicial t_0 y T.
- Se puede visualizar inyectado tinta en $\boldsymbol{x_0}$ continuamente durante el intervalo de tiempo $[t_0, T]$.
- Puede no ser continua, puede "romperse".

Líneas de emisión

- **¿Qué es?** Una línea de emisión a tiempo T está formada por las partículas de fluido que pasaron a través de una ubicación $\boldsymbol{x_0}$ determinada en el espacio entre el tiempo inicial t_0 y T.
- Se puede visualizar inyectado tinta en $\boldsymbol{x_0}$ continuamente durante el intervalo de tiempo $[t_0, T]$.
- Puede no ser continua, puede "romperse".
- Consideraremos experimentos numéricos en los que se desprecia la difusión molecular del trazador.

Líneas de emisión

- **¿Qué es?** Una línea de emisión a tiempo T está formada por las partículas de fluido que pasaron a través de una ubicación $\boldsymbol{x_0}$ determinada en el espacio entre el tiempo inicial t_0 y T.
- Se puede visualizar inyectado tinta en $\boldsymbol{x_0}$ continuamente durante el intervalo de tiempo $[t_0, T]$.
- Puede no ser continua, puede "romperse".
- Consideraremos experimentos numéricos en los que se desprecia la difusión molecular del trazador.
- Indicadores de la existencia de un mezclado no uniforme $\rightarrow$ formación de islas persistentes de no mezclado.

¿Qué vamos a utilizar para estudiar la dinámica de las partículas?

- Análisis de series temporales desarrollado en la dinámica no lineal (Gilmore, 2002).

¿Qué vamos a utilizar para estudiar la dinámica de las partículas?

- Análisis de series temporales desarrollado en la dinámica no lineal (Gilmore, 2002).
- La topología del caos es una rama de la dinámica no lineal que, siguiendo el legado de Henri Poincaré, intenta clasificar los tipos elementales de dinámicas asociadas a un sistema caótico a partir de sus propiedades topológicas en el espacio de fases (Gilmore, 1998).

Contenidos

¿Qué es la Topología?

- La topología estudia las propiedades de los objetos que permanecen inalteradas por transformaciones continuas.

¿Qué es la Topología?

- La topología estudia las propiedades de los objetos que permanecen inalteradas por transformaciones continuas.
- Detecta propiedades que no son vistas por la geometría.

¿Qué es la Topología?

- La topología estudia las propiedades de los objetos que permanecen inalteradas por transformaciones continuas.
- Detecta propiedades que no son vistas por la geometría.
- Dos objetos son topológicamente equivalentes si hay una transformación continua (sin cortar y sin pegar) que permite convertir un objeto en el otro (homeomorfismo).

¿Qué es la Topología?

- La topología estudia las propiedades de los objetos que permanecen inalteradas por transformaciones continuas.
- Detecta propiedades que no son vistas por la geometría.
- Dos objetos son topológicamente equivalentes si hay una transformación continua (sin cortar y sin pegar) que permite convertir un objeto en el otro (homeomorfismo).

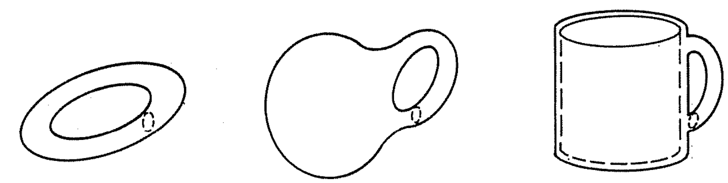


Figura: (Kinsey, 1993)

¿Qué es la Topología?

- La topología estudia las propiedades de los objetos que permanecen inalteradas por transformaciones continuas.
- Detecta propiedades que no son vistas por la geometría.
- Dos objetos son topológicamente equivalentes si hay una transformación continua (sin cortar y sin pegar) que permite convertir un objeto en el otro (homeomorfismo).

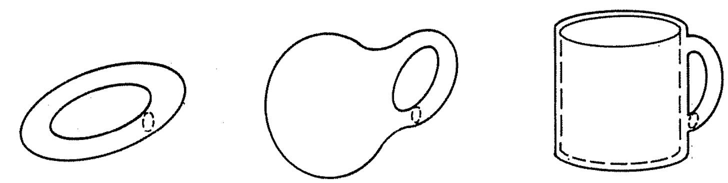


Figura: (Kinsey, 1993)

- Permite describir la conectividad del objeto de estudio.

Topología algebraica- I

- Búsqueda de la cuantificación de las propiedades topológicas.

Topología algebraica- I

- Búsqueda de la cuantificación de las propiedades topológicas.
- Transforma un problema de topología en un problema de álgebra.

Topología algebraica- I

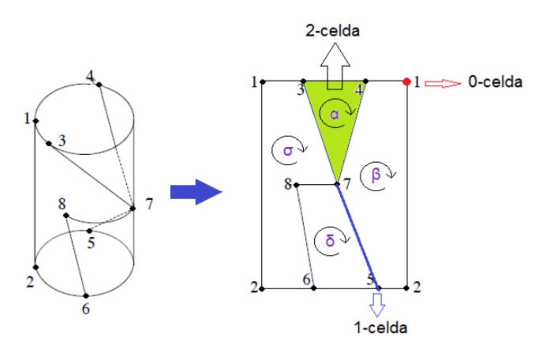
- Búsqueda de la cuantificación de las propiedades topológicas.
- Transforma un problema de topología en un problema de álgebra.
- **Homología:** distingue los espacios topológicos según la cantidad de n-agujeros no equivalentes.

Topología algebraica- I

- Búsqueda de la cuantificación de las propiedades topológicas.
- Transforma un problema de topología en un problema de álgebra.
- **Homología:** distingue los espacios topológicos según la cantidad de n-agujeros no equivalentes. ¿Qué es un n-agujero?

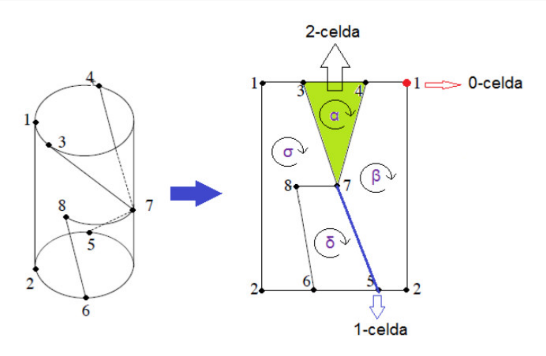
Topología algebraica- I

- Búsqueda de la cuantificación de las propiedades topológicas.
- Transforma un problema de topología en un problema de álgebra.
- **Homología:** distingue los espacios topológicos según la cantidad de n-agujeros no equivalentes. ¿Qué es un n-agujero?



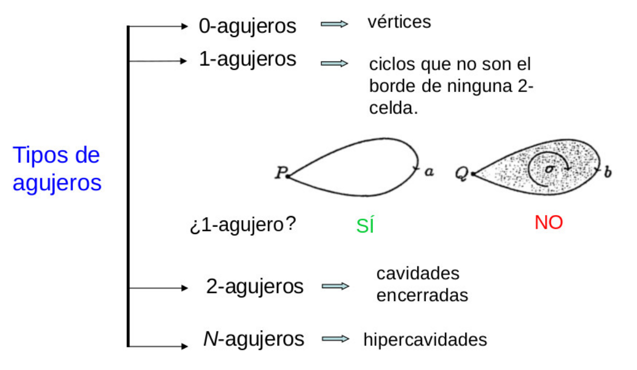
Topología algebraica- I

- Búsqueda de la cuantificación de las propiedades topológicas.
- Transforma un problema de topología en un problema de álgebra.
- **Homología:** distingue los espacios topológicos según la cantidad de *n*-agujeros no equivalentes. ¿Qué es un *n*-agujero?



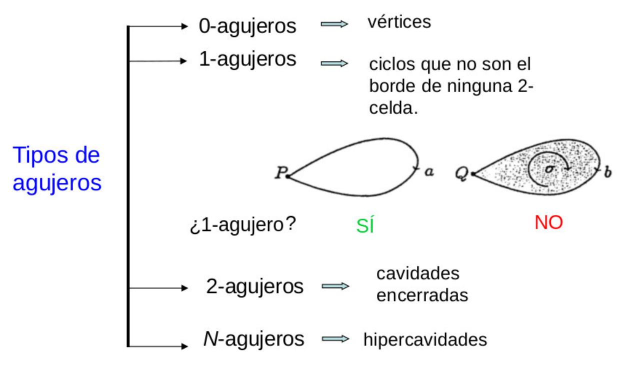
- Complejo celular orientado: estructura simplificada ⟶ “mapa” de conectividad del cilindro.

Topología algebraica- II



- ¿Nos interesan todos los *n*-agujeros? NO, nos interesan sólo los no equivalentes.

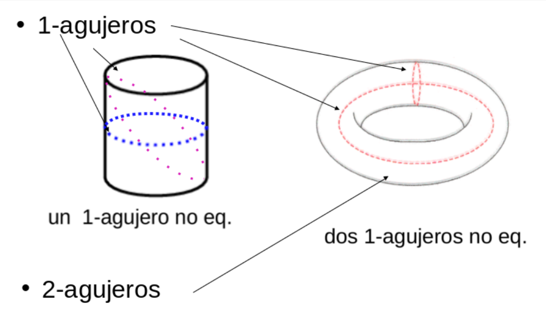
Topología algebraica- II



- ¿Nos interesan todos los n-agujeros? NO, nos interesan sólo los no equivalentes.
- Dos n-agujeros son topológicamente equivalentes si hay una deformación suave que permite transformar uno en otro.

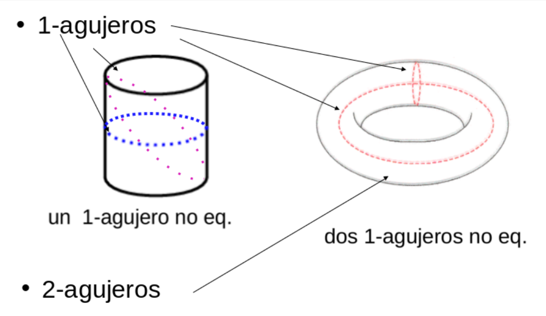
Topología algebraica- III

- 0-agujeros no equivalentes $\rightarrow$ componentes conexas.



Topología algebraica- III

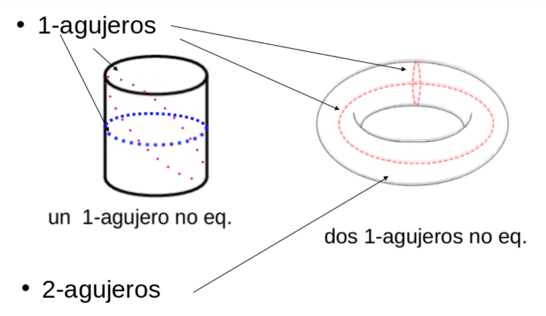
- 0-agujeros no equivalentes $\rightarrow$ componentes conexas.



- ¿Cómo se calculan los *n*-agujeros no equivalentes?

Topología algebraica- III

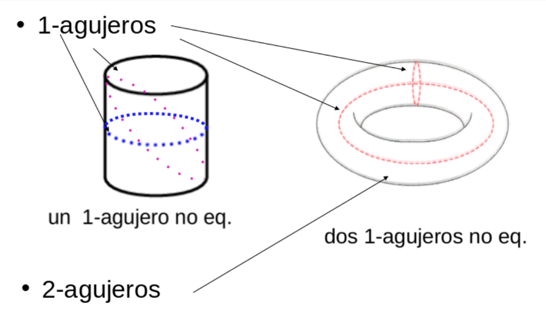
- 0-agujeros no equivalentes $\rightarrow$ componentes conexas.



- ¿Cómo se calculan los n-agujeros no equivalentes?
- Grupos de Homología H_n : identifican los n-agujeros no equivalentes del complejo.

Topología algebraica- III

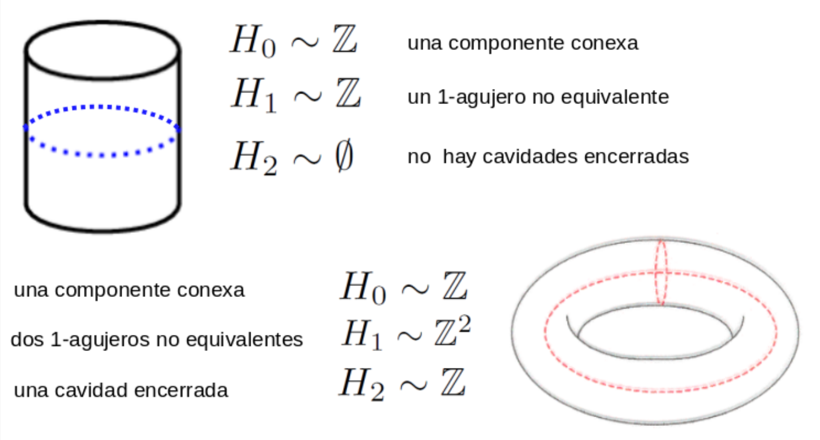
- 0-agujeros no equivalentes $\rightarrow$ componentes conexas.



- ¿Cómo se calculan los n-agujeros no equivalentes?
- Grupos de Homología H_n : identifican los n-agujeros no equivalentes del complejo. Notación: k n-agujeros no equivalentes $\rightarrow \mathrm{H}_n \sim \mathbb{Z}^k$.

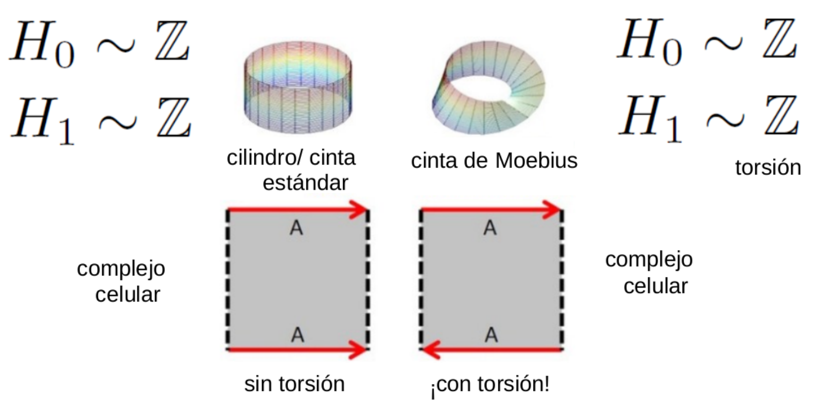
Topología algebraica- IV

- Grupos de Homología para el cilindro y el toro.



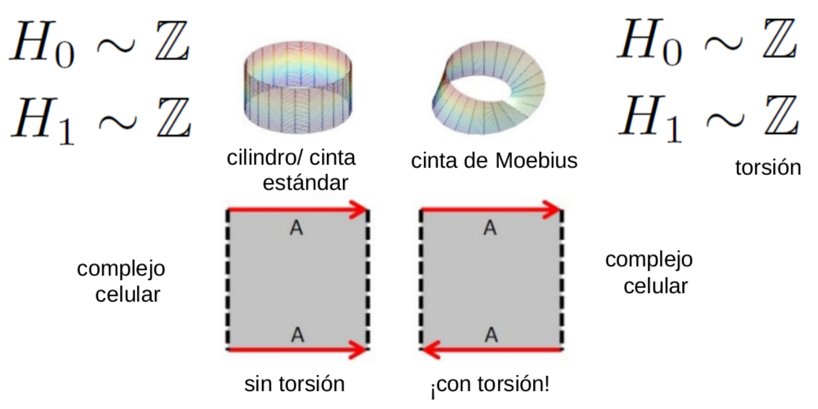
Topología algebraica- V

- ¿Y qué pasa con una cinta estándar y una de Moebius?



Topología algebraica- V

- ¿Y qué pasa con una cinta estándar y una de Moebius?



- Cadenas de orientabilidad: permiten identificar las torsiones en un complejo celular orientado.

Topología del Caos

- ¿Cómo puede utilizarse la topología para clasificar dinámicas?

Topología del Caos

- ¿Cómo puede utilizarse la topología para clasificar dinámicas? Trabajando en el espacio de estados.

Topología del Caos

- ¿Cómo puede utilizarse la topología para clasificar dinámicas? Trabajando en el espacio de estados.
- Un espacio de estados finito dimensional $\rightarrow$ espacio de fases.

Topología del Caos

- ¿Cómo puede utilizarse la topología para clasificar dinámicas? Trabajando en el espacio de estados.
- Un espacio de estados finito dimensional $\rightarrow$ espacio de fases.
- ¿Cuál es la ventaja de “mirar” la topología en el espacio de fases? $\rightarrow$ “receta” que permite distinguir a los sistemas dinámicos entre sí según su estructura subyacente.

Topología del Caos

- ¿Cómo puede utilizarse la topología para clasificar dinámicas? Trabajando en el espacio de estados.
- Un espacio de estados finito dimensional $\rightarrow$ espacio de fases.
- ¿Cuál es la ventaja de “mirar” la topología en el espacio de fases? $\rightarrow$ “receta” que permite distinguir a los sistemas dinámicos entre sí según su estructura subyacente.
- Diferentes representaciones en el espacio de fases de un mismo sistema podrán tener distinta geometría, pero su topología permanecerá inalterada.

Topología del Caos

- ¿Cómo puede utilizarse la topología para clasificar dinámicas? Trabajando en el espacio de estados.
- Un espacio de estados finito dimensional $\rightarrow$ espacio de fases.
- ¿Cuál es la ventaja de “mirar” la topología en el espacio de fases? $\rightarrow$ “receta” que permite distinguir a los sistemas dinámicos entre sí según su estructura subyacente.
- Diferentes representaciones en el espacio de fases de un mismo sistema podrán tener distinta geometría, pero su topología permanecerá inalterada.
- Mismas propiedades topológicas en el espacio de fases = Misma dinámica subyacente.

Topología del Caos

- ¿Cómo puede utilizarse la topología para clasificar dinámicas? Trabajando en el espacio de estados.
- Un espacio de estados finito dimensional $\rightarrow$ espacio de fases.
- ¿Cuál es la ventaja de "mirar" la topología en el espacio de fases? $\rightarrow$ "receta" que permite distinguir a los sistemas dinámicos entre sí según su estructura subyacente.
- Diferentes representaciones en el espacio de fases de un mismo sistema podrán tener distinta geometría, pero su topología permanecerá inalterada.
- Mismas propiedades topológicas en el espacio de fases = Misma dinámica subyacente.
- La topología funciona así como un invariante del sistema dinámico que remite al proceso de construcción de dicho sistema (teorema de Birman-Williams, 1983).

Contenidos

¿Cómo estudiamos la dinámica de las partículas fluidas?- I

- ¿Cuál es el espacio de representación que necesito para estudiar la dinámica de una partícula de fluido?

¿Cómo estudiamos la dinámica de las partículas fluidas?- I

- ¿Cuál es el espacio de representación que necesito para estudiar la dinámica de una partícula de fluido?
- Toda EDO puede escribirse como un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden de la forma:

$$\frac{d\boldsymbol{x}}{dt} = F(\boldsymbol{x}, t),$$

donde F es el campo vector del sistema dinámico.

¿Cómo estudiamos la dinámica de las partículas fluidas?- I

- ¿Cuál es el espacio de representación que necesito para estudiar la dinámica de una partícula de fluido?
- Toda EDO puede escribirse como un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden de la forma:

$$\frac{d\boldsymbol{x}}{dt} = F(\boldsymbol{x}, t),$$

  donde F es el campo vector del sistema dinámico.
- Si $F = F(\boldsymbol{x}) \rightarrow$ sistema autónomo, $\boldsymbol{x}$ es el vector que contiene la variable de estado.

¿Cómo estudiamos la dinámica de las partículas fluidas?- I

- ¿Cuál es el espacio de representación que necesito para estudiar la dinámica de una partícula de fluido?
- Toda EDO puede escribirse como un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden de la forma:

$$\frac{d\boldsymbol{x}}{dt} = F(\boldsymbol{x}, t),$$

  donde F es el campo vector del sistema dinámico.
- Si $F = F(\boldsymbol{x}) \rightarrow$ sistema autónomo, $\boldsymbol{x}$ es el vector que contiene la variable de estado.
- Si $F = F(\boldsymbol{x}, t) \rightarrow$ sistema NO autónomo. La parte no autónoma está dada por el forzante del sistema dinámico $\rightarrow$ ¿Cuál es la dimensión del espacio de fases?

¿Cómo estudiamos la dinámica de las partículas fluidas?- I

- ¿Cuál es el espacio de representación que necesito para estudiar la dinámica de una partícula de fluido?
- Toda EDO puede escribirse como un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden de la forma:

$$\frac{d\boldsymbol{x}}{dt} = F(\boldsymbol{x}, t),$$

  donde F es el campo vector del sistema dinámico.
- Si $F = F(\boldsymbol{x}) \rightarrow$ sistema autónomo, $\boldsymbol{x}$ es el vector que contiene la variable de estado.
- Si $F = F(\boldsymbol{x}, t) \rightarrow$ sistema NO autónomo. La parte no autónoma está dada por el forzante del sistema dinámico $\rightarrow$ ¿Cuál es la dimensión del espacio de fases?
- ¿ Cuál es el sistema de ecuaciones que gobierna la dinámica de una partícula?

¿Cómo estudiamos la dinámica de las partículas fluidas?- II

- La ecuación de la evolución de la posición $\boldsymbol{x}$ de una partícula:

$$\frac{d\boldsymbol{x}}{dt} = \boldsymbol{V}(\boldsymbol{x}, t),$$

donde $\boldsymbol{V}$ es el campo de velocidad.

¿Cómo estudiamos la dinámica de las partículas fluidas?- II

- La ecuación de la evolución de la posición $\boldsymbol{x}$ de una partícula:

$$\frac{d\boldsymbol{x}}{dt} = \boldsymbol{V}(\boldsymbol{x}, t),$$

  donde $\boldsymbol{V}$ es el campo de velocidad.
- ¿ Espacio de fases = espacio físico?

¿Cómo estudiamos la dinámica de las partículas fluidas?- II

- La ecuación de la evolución de la posición $\boldsymbol{x}$ de una partícula:

$$\frac{d\boldsymbol{x}}{dt} = \boldsymbol{V}(\boldsymbol{x}, t),$$

  donde $\boldsymbol{V}$ es el campo de velocidad.

- ¿ Espacio de fases = espacio físico? NO.

¿Cómo estudiamos la dinámica de las partículas fluidas?- II

- La ecuación de la evolución de la posición $\boldsymbol{x}$ de una partícula:

$$\frac{d\boldsymbol{x}}{dt} = \boldsymbol{V}(\boldsymbol{x}, t),$$

  donde $\boldsymbol{V}$ es el campo de velocidad.
- ¿ Espacio de fases = espacio físico? NO. Autonomizar sistema!

¿Cómo estudiamos la dinámica de las partículas fluidas?- II

- La ecuación de la evolución de la posición $\boldsymbol{x}$ de una partícula:

$$\frac{d\boldsymbol{x}}{dt} = \boldsymbol{V}(\boldsymbol{x}, t),$$

  donde $\boldsymbol{V}$ es el campo de velocidad.
- ¿ Espacio de fases = espacio físico? NO. Autonomizar sistema!
- Aproximar $\boldsymbol{V}(\boldsymbol{x}, t) \rightarrow$ método de Galerkin $\rightarrow$ retención de M-modos.

¿Cómo estudiamos la dinámica de las partículas fluidas?- II

- La ecuación de la evolución de la posición $\boldsymbol{x}$ de una partícula:

$$\frac{d\boldsymbol{x}}{dt} = \boldsymbol{V}(\boldsymbol{x}, t),$$

  donde $\boldsymbol{V}$ es el campo de velocidad.
- ¿ Espacio de fases = espacio físico? NO. Autonomizar sistema!
- Aproximar $\boldsymbol{V}(\boldsymbol{x}, t) \rightarrow$ método de Galerkin $\rightarrow$ retención de M-modos.
- Sea $\boldsymbol{\gamma}$ el vector de los M modos retenidos $\rightarrow$ la dinámica que gobierna la dependencia temporal de $\boldsymbol{V}$ es descripta por:

$$\frac{d\boldsymbol{\gamma}}{dt} = \boldsymbol{f}(\gamma)$$

¿Cómo estudiamos la dinámica de las partículas fluidas?- III

- Sea $\boldsymbol{X} = (\boldsymbol{x}, \gamma)$ la variable de estado y $\boldsymbol{F} = (\boldsymbol{f}, \boldsymbol{V})$. Sistema dinámico que muestra la evolución de una partícula:

$$\frac{d\boldsymbol{X}}{dt} = \boldsymbol{F}(\boldsymbol{x}, \gamma).$$

¿Cómo estudiamos la dinámica de las partículas fluidas?- III

- Sea $\boldsymbol{X} = (\boldsymbol{x}, \gamma)$ la variable de estado y $\boldsymbol{F} = (\boldsymbol{f}, \boldsymbol{V})$. Sistema dinámico que muestra la evolución de una partícula:

$$\frac{d\boldsymbol{X}}{dt} = \boldsymbol{F}(\boldsymbol{x}, \gamma).$$

- El espacio de estados está completamente determinado.

¿Cómo estudiamos la dinámica de las partículas fluidas?- III

- Sea $\boldsymbol{X} = (\boldsymbol{x}, \gamma)$ la variable de estado y $\boldsymbol{F} = (\boldsymbol{f}, \boldsymbol{V})$. Sistema dinámico que muestra la evolución de una partícula:

$$\frac{d\boldsymbol{X}}{dt} = \boldsymbol{F}(\boldsymbol{x}, \gamma).$$

- El espacio de estados está completamente determinado.
- Necesidad de redefinir conceptos como: caos Lagrangiano, caos Euleriano y mezclado caótico.

¿Cómo estudiamos la dinámica de las partículas fluidas?- III

- Sea $\boldsymbol{X} = (\boldsymbol{x}, \gamma)$ la variable de estado y $\boldsymbol{F} = (\boldsymbol{f}, \boldsymbol{V})$. Sistema dinámico que muestra la evolución de una partícula:

$$\frac{d\boldsymbol{X}}{dt} = \boldsymbol{F}(\boldsymbol{x}, \gamma).$$

- El espacio de estados está completamente determinado.
- Necesidad de redefinir conceptos como: caos Lagrangiano, caos Euleriano y mezclado caótico.
- ¿Cómo estudiamos la dinámica de las partículas fluidas? La dinámica debe ser estudiada en el espacio generado por todas las variables involucradas en las ecuaciones que rigen al sistema.

¿Cómo estudiamos la dinámica de las partículas fluidas?- III

- Sea $\boldsymbol{X} = (\boldsymbol{x}, \gamma)$ la variable de estado y $\boldsymbol{F} = (\boldsymbol{f}, \boldsymbol{V})$. Sistema dinámico que muestra la evolución de una partícula:

$$\frac{d\boldsymbol{X}}{dt} = \boldsymbol{F}(\boldsymbol{x}, \gamma).$$

- El espacio de estados está completamente determinado.
- Necesidad de redefinir conceptos como: caos Lagrangiano, caos Euleriano y mezclado caótico.
- ¿Cómo estudiamos la dinámica de las partículas fluidas? La dinámica debe ser estudiada en el espacio generado por todas las variables involucradas en las ecuaciones que rigen al sistema. **¡Problemas!**

¿Cómo estudiamos la dinámica de las partículas fluidas?- III

- Sea $\boldsymbol{X} = (\boldsymbol{x}, \gamma)$ la variable de estado y $\boldsymbol{F} = (\boldsymbol{f}, \boldsymbol{V})$. Sistema dinámico que muestra la evolución de una partícula:

$$\frac{d\boldsymbol{X}}{dt} = \boldsymbol{F}(\boldsymbol{x}, \gamma).$$

- El espacio de estados está completamente determinado.
- Necesidad de redefinir conceptos como: caos Lagrangiano, caos Euleriano y mezclado caótico.
- ¿Cómo estudiamos la dinámica de las partículas fluidas? La dinámica debe ser estudiada en el espacio generado por todas las variables involucradas en las ecuaciones que rigen al sistema. **¡Problemas!** ¿Sistema de ecuaciones?

¿Cómo estudiamos la dinámica de las partículas fluidas?- III

- Sea $\boldsymbol{X} = (\boldsymbol{x}, \gamma)$ la variable de estado y $\boldsymbol{F} = (\boldsymbol{f}, \boldsymbol{V})$. Sistema dinámico que muestra la evolución de una partícula:

$$\frac{d\boldsymbol{X}}{dt} = \boldsymbol{F}(\boldsymbol{x}, \gamma).$$

- El espacio de estados está completamente determinado.
- Necesidad de redefinir conceptos como: caos Lagrangiano, caos Euleriano y mezclado caótico.
- ¿Cómo estudiamos la dinámica de las partículas fluidas? La dinámica debe ser estudiada en el espacio generado por todas las variables involucradas en las ecuaciones que rigen al sistema. **¡Problemas!** ¿Sistema de ecuaciones? ¡Casi imposible medir todas las variables involucradas!

Reconstrucción del espacio de fases

- **¿Cómo determino completamente el espacio de estados a partir de un conjunto reducido de variables medidas?**

Reconstrucción del espacio de fases

- **¿Cómo determino completamente el espacio de estados a partir de un conjunto reducido de variables medidas?**
- **EMBEDOLOGÍA:** $\rightarrow$ **reconstrucción del espacio de fases** a partir de series temporales.

Reconstrucción del espacio de fases

- **¿Cómo determino completamente el espacio de estados a partir de un conjunto reducido de variables medidas?**
- **EMBEDOLOGÍA:** $\rightarrow$ **reconstrucción del espacio de fases** a partir de series temporales.
- Reconstrucción completa $\rightarrow$ la variable medida $x(t)$ necesita contener toda la información sobre las variables no medidas del sistema.

Reconstrucción del espacio de fases

- **¿Cómo determino completamente el espacio de estados a partir de un conjunto reducido de variables medidas?**
- **EMBEDOLOGÍA:** $\rightarrow$ **reconstrucción del espacio de fases** a partir de series temporales.
- Reconstrucción completa $\rightarrow$ la variable medida $x(t)$ necesita contener toda la información sobre las variables no medidas del sistema.
- **Embebidos por retardos temporales** $\rightarrow (x(t), x(t-\tau_1), \cdots, x(t-\tau_n))$ con $\tau_k = k\,\tau$, donde τ es el retardo temporal.

Reconstrucción del espacio de fases

- **¿Cómo determino completamente el espacio de estados a partir de un conjunto reducido de variables medidas?**
- **EMBEDOLOGÍA:** $\rightarrow$ **reconstrucción del espacio de fases** a partir de series temporales.
- Reconstrucción completa $\rightarrow$ la variable medida $x(t)$ necesita contener toda la información sobre las variables no medidas del sistema.
- **Embebidos por retardos temporales** $\rightarrow (x(t), x(t-\tau_1), \cdots, x(t-\tau_n))$ con $\tau_k = k\,\tau$, donde τ es el retardo temporal.
  - Elección de la variable medida.

Reconstrucción del espacio de fases

- **¿Cómo determino completamente el espacio de estados a partir de un conjunto reducido de variables medidas?**
- **EMBEDOLOGÍA:** $\rightarrow$ **reconstrucción del espacio de fases** a partir de series temporales.
- Reconstrucción completa $\rightarrow$ la variable medida $x(t)$ necesita contener toda la información sobre las variables no medidas del sistema.
- **Embebidos por retardos temporales** $\rightarrow (x(t), x(t-\tau_1), \cdots, x(t-\tau_n))$ con $\tau_k = k\,\tau$, donde τ es el retardo temporal.
  - Elección de la variable medida.
  - Determinar m, la mínima dimensión del embebido $\rightarrow$ método de los falsos vecinos más cercanos FFN (Kennel, 1992).

Reconstrucción del espacio de fases

- **¿Cómo determino completamente el espacio de estados a partir de un conjunto reducido de variables medidas?**
- **EMBEDOLOGÍA:** $\rightarrow$ **reconstrucción del espacio de fases** a partir de series temporales.
- Reconstrucción completa $\rightarrow$ la variable medida $x(t)$ necesita contener toda la información sobre las variables no medidas del sistema.
- **Embebidos por retardos temporales** $\rightarrow (x(t), x(t-\tau_1), \cdots, x(t-\tau_n))$ con $\tau_k = k\,\tau$, donde τ es el retardo temporal.
  - Elección de la variable medida.
  - Determinar m, la mínima dimensión del embebido $\rightarrow$ método de los falsos vecinos más cercanos FFN (Kennel, 1992).
  - Óptimo valor de τ $\rightarrow$ método de la información mutua media AMI (Fraser & Swinney, 1986).

Reconstrucción del espacio de fases

- **¿Cómo determino completamente el espacio de estados a partir de un conjunto reducido de variables medidas?**
- **EMBEDOLOGÍA:** $\rightarrow$ **reconstrucción del espacio de fases** a partir de series temporales.
- Reconstrucción completa $\rightarrow$ la variable medida $x(t)$ necesita contener toda la información sobre las variables no medidas del sistema.
- **Embebidos por retardos temporales** $\rightarrow (x(t), x(t-\tau_1), \cdots, x(t-\tau_n))$ con $\tau_k = k\,\tau$, donde τ es el retardo temporal.
  - Elección de la variable medida.
  - Determinar m, la mínima dimensión del embebido $\rightarrow$ método de los falsos vecinos más cercanos FFN (Kennel, 1992).
  - Óptimo valor de τ $\rightarrow$ método de la información mutua media AMI (Fraser & Swinney, 1986).
- El embebido produce una nube de puntos $\rightarrow$ variedad enramada.

Contenidos

Variedad enramada

- Variedad enramada: estructura que describe la organización topológica de las trayectorias en el espacio de fases que son solución de un sistema dinámico.

Variedad enramada

- Variedad enramada: estructura que describe la organización topológica de las trayectorias en el espacio de fases que son solución de un sistema dinámico.
- Variedad enramada a tiempo finito: variedad enramada estrictamente relativa a una serie de tiempo finita utilizada en una reconstrucción dinámica.

Variedad enramada

- Variedad enramada: estructura que describe la organización topológica de las trayectorias en el espacio de fases que son solución de un sistema dinámico.
- Variedad enramada a tiempo finito: variedad enramada estrictamente relativa a una serie de tiempo finita utilizada en una reconstrucción dinámica.
- Análisis de una variedad enramada:

Variedad enramada

- Variedad enramada: estructura que describe la organización topológica de las trayectorias en el espacio de fases que son solución de un sistema dinámico.
- Variedad enramada a tiempo finito: variedad enramada estrictamente relativa a una serie de tiempo finita utilizada en una reconstrucción dinámica.
- Análisis de una variedad enramada: cantidad, ubicación y eventual torsión de las ramas;

Variedad enramada

- Variedad enramada: estructura que describe la organización topológica de las trayectorias en el espacio de fases que son solución de un sistema dinámico.
- Variedad enramada a tiempo finito: variedad enramada estrictamente relativa a una serie de tiempo finita utilizada en una reconstrucción dinámica.
- Análisis de una variedad enramada: cantidad, ubicación y eventual torsión de las ramas; información de cruce

Variedad enramada

- Variedad enramada: estructura que describe la organización topológica de las trayectorias en el espacio de fases que son solución de un sistema dinámico.
- Variedad enramada a tiempo finito: variedad enramada estrictamente relativa a una serie de tiempo finita utilizada en una reconstrucción dinámica.
- Análisis de una variedad enramada: cantidad, ubicación y eventual torsión de las ramas; información de cruce y reconexión de las ramas.

Variedad enramada

- Variedad enramada: estructura que describe la organización topológica de las trayectorias en el espacio de fases que son solución de un sistema dinámico.
- Variedad enramada a tiempo finito: variedad enramada estrictamente relativa a una serie de tiempo finita utilizada en una reconstrucción dinámica.
- Análisis de una variedad enramada: cantidad, ubicación y eventual torsión de las ramas; información de cruce y reconexión de las ramas.
- El método de análisis de la variedad enramada a través de homologías **BraMAH** $\rightarrow$ extrae la estructura topológica de un flujo reconstruido en el espacio de estados a partir de datos (Sciamarella & Mindlin 1999; 2001).

Método BraMAH

- La variedad enramada se estudia mediante una representación de la misma en un complejo celular que guarda la información de la conectividad y de la organización de los datos embebidos.

Método BraMAH

- La variedad enramada se estudia mediante una representación de la misma en un complejo celular que guarda la información de la conectividad y de la organización de los datos embebidos.
- BraMAH consta de 3 pasos fundamentales, que consisten en:

Método BraMAH

- La variedad enramada se estudia mediante una representación de la misma en un complejo celular que guarda la información de la conectividad y de la organización de los datos embebidos.
- BraMAH consta de 3 pasos fundamentales, que consisten en:
  (1) Obtener un embebido de la serie temporal que proporcione una reconstrucción adecuada del espacio de estados de la dinámica subyacente.

Método BraMAH

- La variedad enramada se estudia mediante una representación de la misma en un complejo celular que guarda la información de la conectividad y de la organización de los datos embebidos.
- BraMAH consta de 3 pasos fundamentales, que consisten en:
  (1) Obtener un embebido de la serie temporal que proporcione una reconstrucción adecuada del espacio de estados de la dinámica subyacente.
    - Requisito de las series temporales: comportamiento recurrente que no tiene por qué ser periódico; la tasa de muestreo y longitud de la ventana de tiempo suficientemente grandes.

Método BraMAH

- La variedad enramada se estudia mediante una representación de la misma en un complejo celular que guarda la información de la conectividad y de la organización de los datos embebidos.
- BraMAH consta de 3 pasos fundamentales, que consisten en:
  (1) Obtener un embebido de la serie temporal que proporcione una reconstrucción adecuada del espacio de estados de la dinámica subyacente.
    - Requisito de las series temporales: comportamiento recurrente que no tiene por qué ser periódico; la tasa de muestreo y longitud de la ventana de tiempo suficientemente grandes.

  (2) Construir el complejo celular asociado a la nube de puntos correspondiente a la serie embebida.

Método BraMAH

- La variedad enramada se estudia mediante una representación de la misma en un complejo celular que guarda la información de la conectividad y de la organización de los datos embebidos.
- BraMAH consta de 3 pasos fundamentales, que consisten en:
  (1) Obtener un embebido de la serie temporal que proporcione una reconstrucción adecuada del espacio de estados de la dinámica subyacente.
    - Requisito de las series temporales: comportamiento recurrente que no tiene por qué ser periódico; la tasa de muestreo y longitud de la ventana de tiempo suficientemente grandes.

  (2) Construir el complejo celular asociado a la nube de puntos correspondiente a la serie embebida.
  (3) Calcular los grupos de homología y las cadenas de orientabilidad de la variedad enramada asociados al complejo celular construido en (2).

Contenidos

Aplicaciones

- Aplicaciones del método BraMAH en el campo de la fluidodinámica.

Aplicaciones

- Aplicaciones del método BraMAH en el campo de la fluidodinámica.
- Requisito de BraMAH $\rightarrow$ coordenadas de la posición de la partícula en escurrimientos celulares laminares en un espacio físico bidimensional.

Aplicaciones

- Aplicaciones del método BraMAH en el campo de la fluidodinámica.
- Requisito de BraMAH $\rightarrow$ coordenadas de la posición de la partícula en escurrimientos celulares laminares en un espacio físico bidimensional.
- Los invariantes topológicos calculados revelan las propiedades de la dinámica desplegada por la partícula inspeccionada en la ventana de tiempo especificada.

Aplicaciones

- Aplicaciones del método BraMAH en el campo de la fluidodinámica.
- Requisito de BraMAH $\rightarrow$ coordenadas de la posición de la partícula en escurrimientos celulares laminares en un espacio físico bidimensional.
- Los invariantes topológicos calculados revelan las propiedades de la dinámica desplegada por la partícula inspeccionada en la ventana de tiempo especificada.
- Clasificar el comportamiento de las partículas usando clases topológicas $\rightarrow$ comparación.

Aplicaciones

- Aplicaciones del método BraMAH en el campo de la fluidodinámica.
- Requisito de BraMAH $\rightarrow$ coordenadas de la posición de la partícula en escurrimientos celulares laminares en un espacio físico bidimensional.
- Los invariantes topológicos calculados revelan las propiedades de la dinámica desplegada por la partícula inspeccionada en la ventana de tiempo especificada.
- Clasificar el comportamiento de las partículas usando clases topológicas $\rightarrow$ comparación.
- Partículas dentro de una única región Lagrangiana $\rightarrow$ caracterización topológica común.

Aplicaciones

- Aplicaciones del método BraMAH en el campo de la fluidodinámica.
- Requisito de BraMAH $\rightarrow$ coordenadas de la posición de la partícula en escurrimientos celulares laminares en un espacio físico bidimensional.
- Los invariantes topológicos calculados revelan las propiedades de la dinámica desplegada por la partícula inspeccionada en la ventana de tiempo especificada.
- Clasificar el comportamiento de las partículas usando clases topológicas $\rightarrow$ comparación.
- Partículas dentro de una única región Lagrangiana $\rightarrow$ caracterización topológica común.
- Resultados del estudio topológico $\rightarrow$ contrastados contra los patrones de las líneas de emisión.

Casos estudiados

- En esta tesis se considerarán casos de estudio analíticos de dos tipos:

Casos estudiados

- En esta tesis se considerarán casos de estudio analíticos de dos tipos:
    - Flujos con celdas de recirculación:

Casos estudiados

- En esta tesis se considerarán casos de estudio analíticos de dos tipos:
    - Flujos con celdas de recirculación:
        - **Modelo cinemático canónico del Doble Giro con forzado periódico**.

Casos estudiados

- En esta tesis se considerarán casos de estudio analíticos de dos tipos:
  - Flujos con celdas de recirculación:
    - **Modelo cinemático canónico del Doble Giro con forzado periódico**.
    - Caso numérico correspondiente a la **estela cercana al escurrimiento fluido alrededor de un cilindro rotante oscilatorio** a bajo número de Reynolds ($\mathrm{Re} \approx 40$) y donde no hay desprendimiento de vórtices.

Casos estudiados

- En esta tesis se considerarán casos de estudio analíticos de dos tipos:
  - Flujos con celdas de recirculación:
    - **Modelo cinemático canónico del Doble Giro con forzado periódico**.
    - Caso numérico correspondiente a la **estela cercana al escurrimiento fluido alrededor de un cilindro rotante oscilatorio** a bajo número de Reynolds ($\mathrm{Re} \approx 40$) y donde no hay desprendimiento de vórtices.
  - Flujos abiertos: **modelo cinemático del Bickley Jet**, cuyas estructuras son similares a las encontradas en la estela lejana del flujo a través de un cilindro fijo en un régimen correspondiente a un número de Reynolds $\mathrm{Re} \approx 100$.

Doble Giro con forzado periódico- I

- Está definido por la función corriente ψ:

$$\psi(x_1, x_2, t) = A \sin(\pi f(x_1, t)) \sin(\pi x_2) \tag{1}$$

con:

$$f(x_1, t) = a(t){x_1}^2 + b(t)x_1,$$

$$a(t) = \eta \sin\left(\omega t\right),$$

$$b(t) = 1 - 2a(t).$$

El dominio de estudio es $D = [0, 2] \times [0, 1]$. Los valores para los parámetros son: $A = 0, 1$; $\eta = 0, 1$ y $\omega = \frac{\pi}{5}$.

Doble Giro con forzado periódico- I

- Está definido por la función corriente ψ:

$$\psi(x_1, x_2, t) = A \sin(\pi f(x_1, t)) \sin(\pi x_2) \tag{1}$$

con:

$$f(x_1, t) = a(t){x_1}^2 + b(t)x_1,$$

$$a(t) = \eta \sin\left(\omega t\right),$$

$$b(t) = 1 - 2a(t).$$

El dominio de estudio es $D = [0, 2] \times [0, 1]$. Los valores para los parámetros son: $A = 0,1$; $\eta = 0,1$ y $\omega = \frac{\pi}{5}$.

- Regiones encontradas en el Doble Giro con forzado periódico utilizando una perspectiva Euleriana: Vorticidad (video)

Doble Giro con forzado periódico- II

- Las líneas de emisión proporcionan una forma relativamente directa de ver si existen zonas en donde el colorante no penetra y si éstas son persistentes en el tiempo.

Doble Giro con forzado periódico- II

- Las líneas de emisión proporcionan una forma relativamente directa de ver si existen zonas en donde el colorante no penetra y si éstas son persistentes en el tiempo.
- Evolución de la línea de emisión inyectada continuamente en el punto $\mathbf{p} = (1\ 0{,}5)$. Video

Doble Giro con forzado periódico- II

- Las líneas de emisión proporcionan una forma relativamente directa de ver si existen zonas en donde el colorante no penetra y si éstas son persistentes en el tiempo.
- Evolución de la línea de emisión inyectada continuamente en el punto $\mathbf{p} = (1\ 0{,}5)$. Video
- Evolución de las líneas de emisión inyectada en: $\mathbf{p} = (1\ 0{,}5)$ (color cian) y (b) $\mathbf{p} = (0{,}5\ 0{,}5)$ (color rojo). Video

Doble Giro con forzado periódico- II

- Las líneas de emisión proporcionan una forma relativamente directa de ver si existen zonas en donde el colorante no penetra y si éstas son persistentes en el tiempo.
- Evolución de la línea de emisión inyectada continuamente en el punto $\mathbf{p} = (1\ 0{,}5)$. Video
- Evolución de las líneas de emisión inyectada en: $\mathbf{p} = (1\ 0{,}5)$ (color cian) y (b) $\mathbf{p} = (0{,}5\ 0{,}5)$ (color rojo). Video
- ¿Qué pasa en las islas de no mezclado y en la zona invadida por la tinta? Video

Doble Giro con forzado periódico- II

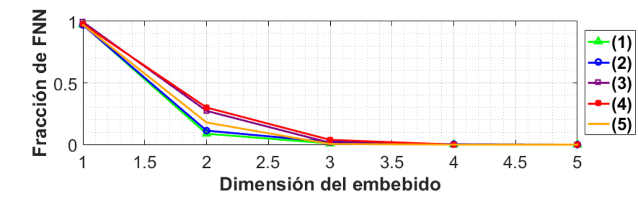
- Las líneas de emisión proporcionan una forma relativamente directa de ver si existen zonas en donde el colorante no penetra y si éstas son persistentes en el tiempo.
- Evolución de la línea de emisión inyectada continuamente en el punto $\mathbf{p} = (1\ 0{,}5)$. Video
- Evolución de las líneas de emisión inyectada en: $\mathbf{p} = (1\ 0{,}5)$ (color cian) y (b) $\mathbf{p} = (0{,}5\ 0{,}5)$ (color rojo). Video
- ¿Qué pasa en las islas de no mezclado y en la zona invadida por la tinta? Video
- Se aplica el método BraMAH; se utiliza la serie temporal asociada a la posición horizontal x_1, la ventana de tiempo es $T_w = 500$, la tasa de muestreo es $s_r = T_p/100 = 0{,}1$ con $T_p = \frac{2\pi}{\omega} = 10$.

Doble Giro con forzado periódico- III

- Parámetros para la reconstrucción del embebido de retardos temporales:

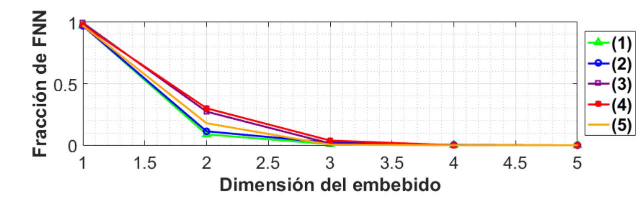
Doble Giro con forzado periódico- III

- Parámetros para la reconstrucción del embebido de retardos temporales:
  - El algoritmo FNN muestra que la dimensión de la reconstrucción se estabiliza cuando la dimensión alcanza el valor de $m = 4$.

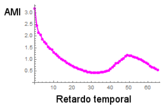


Doble Giro con forzado periódico- III

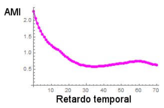
- Parámetros para la reconstrucción del embebido de retardos temporales:
  - El algoritmo FNN muestra que la dimensión de la reconstrucción se estabiliza cuando la dimensión alcanza el valor de $m = 4$.



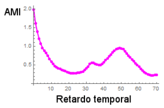
  - El retardo τ se elige entre los mínimos indicados por las pruebas de AMI. Se establece como valor de referencia $\tau = 2T_p$.



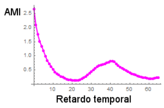
(1)



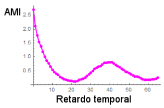
(2)



(3)

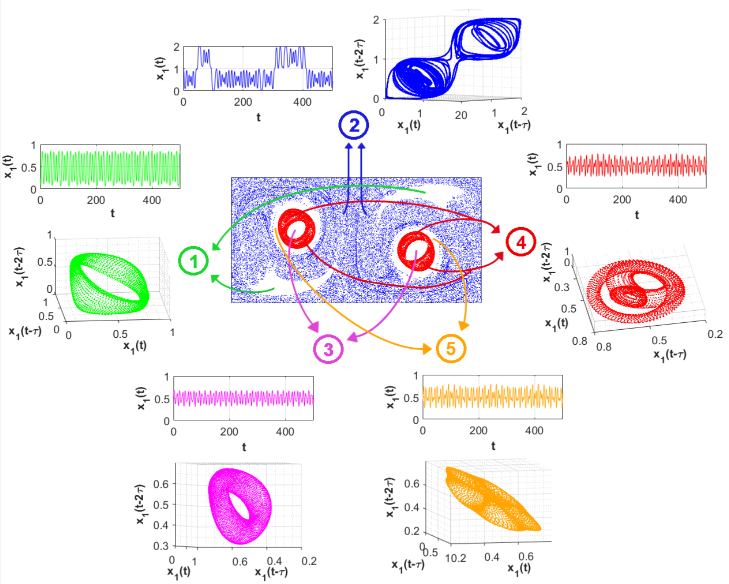


(4)



(5)

Doble Giro con forzado periódico- IV

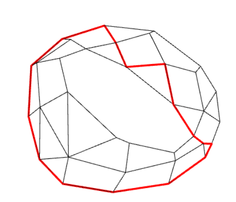


Doble Giro con forzado periódico- V

- Complejos celulares de dimensión $h = 2$ y generadores de H_1 en color:

Doble Giro con forzado periódico- V

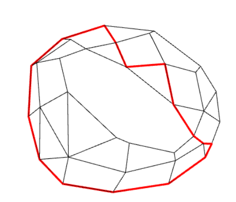
- Complejos celulares de dimensión $h = 2$ y generadores de H_1 en color:



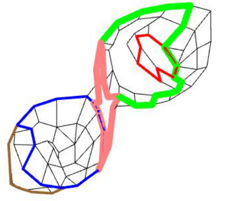
(1) Cinta estándar

Doble Giro con forzado periódico- V

- Complejos celulares de dimensión $h = 2$ y generadores de H_1 en color:



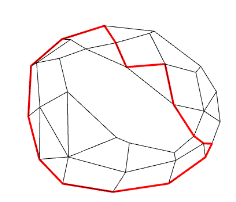
(1) Cinta estándar



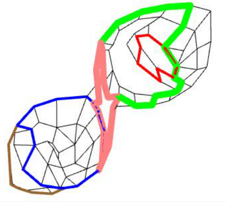
(2) Est. 5 manijas

Doble Giro con forzado periódico- V

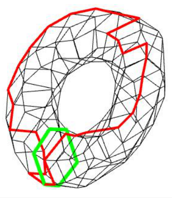
- Complejos celulares de dimensión $h = 2$ y generadores de H_1 en color:



(1) Cinta estándar



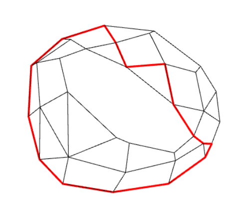
(2) Est. 5 manijas



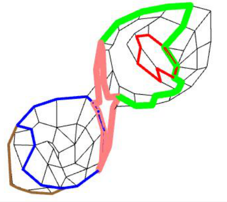
(3) Toro

Doble Giro con forzado periódico- V

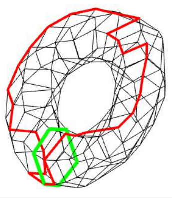
- Complejos celulares de dimensión $h = 2$ y generadores de H_1 en color:



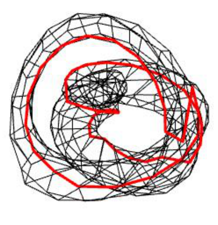
(1) Cinta estándar



(2) Est. 5 manijas



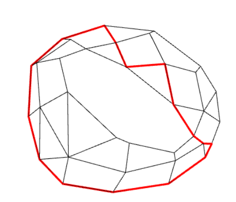
(3) Toro



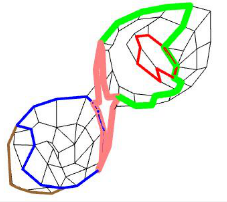
(4) Cinta Moebius

Doble Giro con forzado periódico- V

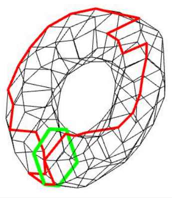
- Complejos celulares de dimensión $h = 2$ y generadores de H_1 en color:



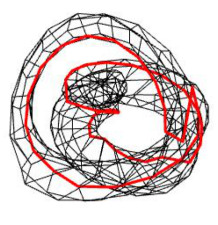
(1) Cinta estándar



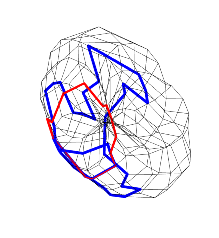
(2) Est. 5 manijas



(3) Toro



(4) Cinta Moebius



(5) Toro-Moebius

Doble Giro con forzado periódico- VI

- Los grupos de homología de cada uno de los cincos complejos celulares son:
  (1) Cinta estándar: $H_0(\mathbb{K}_1) \sim \mathbb{Z}$, $H_1(\mathbb{K}_1) \sim \mathbb{Z}$, $H_2(\mathbb{K}_1) \sim \varnothing$,

Doble Giro con forzado periódico- VI

- Los grupos de homología de cada uno de los cincos complejos celulares son:
  (1) Cinta estándar: $H_0(\mathbb{K}_1) \sim \mathbb{Z}$, $H_1(\mathbb{K}_1) \sim \mathbb{Z}$, $H_2(\mathbb{K}_1) \sim \varnothing$,
  (2) Estructura de cinco manijas con una torsión: $H_0(\mathbb{K}_2) \sim \mathbb{Z}$, $H_1(\mathbb{K}_2) \sim \mathbb{Z}^5$ con una cadena de orientabilidad, $H_2(\mathbb{K}_2) \sim \varnothing$,

Doble Giro con forzado periódico- VI

- Los grupos de homología de cada uno de los cincos complejos celulares son:
  (1) Cinta estándar: $\mathrm{H}_0(\mathbb{K}_1) \sim \mathbb{Z}$, $\mathrm{H}_1(\mathbb{K}_1) \sim \mathbb{Z}$, $\mathrm{H}_2(\mathbb{K}_1) \sim \varnothing$,
  (2) Estructura de cinco manijas con una torsión: $\mathrm{H}_0(\mathbb{K}_2) \sim \mathbb{Z}$, $\mathrm{H}_1(\mathbb{K}_2) \sim \mathbb{Z}^5$ con una cadena de orientabilidad, $\mathrm{H}_2(\mathbb{K}_2) \sim \varnothing$,
  (3) Toro: $\mathrm{H}_0(\mathbb{K}_3) \sim \mathbb{Z}$, $\mathrm{H}_1(\mathbb{K}_3) \sim \mathbb{Z}^2$, $\mathrm{H}_2(\mathbb{K}_3) \sim \mathbb{Z}$,

Doble Giro con forzado periódico- VI

- Los grupos de homología de cada uno de los cincos complejos celulares son:
    1. Cinta estándar: $H_0(\mathbb{K}_1) \sim \mathbb{Z}$, $H_1(\mathbb{K}_1) \sim \mathbb{Z}$, $H_2(\mathbb{K}_1) \sim \varnothing$,
    2. Estructura de cinco manijas con una torsión: $H_0(\mathbb{K}_2) \sim \mathbb{Z}$, $H_1(\mathbb{K}_2) \sim \mathbb{Z}^5$ con una cadena de orientabilidad, $H_2(\mathbb{K}_2) \sim \varnothing$,
    3. Toro: $H_0(\mathbb{K}_3) \sim \mathbb{Z}$, $H_1(\mathbb{K}_3) \sim \mathbb{Z}^2$, $H_2(\mathbb{K}_3) \sim \mathbb{Z}$,
    4. Cinta de Moebius: $H_0(\mathbb{K}_4) \sim \mathbb{Z}$, $H_1(\mathbb{K}_4) \sim \mathbb{Z}$ con una cadena de orientabilidad, $H_2(\mathbb{K}_4) \sim \varnothing$,

Doble Giro con forzado periódico- VI

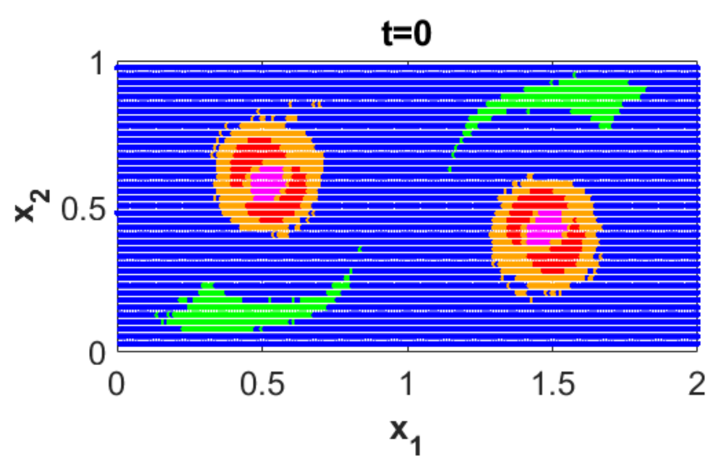
- Los grupos de homología de cada uno de los cincos complejos celulares son:
  1. Cinta estándar: $H_0(\mathbb{K}_1) \sim \mathbb{Z}$, $H_1(\mathbb{K}_1) \sim \mathbb{Z}$, $H_2(\mathbb{K}_1) \sim \varnothing$,
  2. Estructura de cinco manijas con una torsión: $H_0(\mathbb{K}_2) \sim \mathbb{Z}$, $H_1(\mathbb{K}_2) \sim \mathbb{Z}^5$ con una cadena de orientabilidad, $H_2(\mathbb{K}_2) \sim \varnothing$,
  3. Toro: $H_0(\mathbb{K}_3) \sim \mathbb{Z}$, $H_1(\mathbb{K}_3) \sim \mathbb{Z}^2$, $H_2(\mathbb{K}_3) \sim \mathbb{Z}$,
  4. Cinta de Moebius: $H_0(\mathbb{K}_4) \sim \mathbb{Z}$, $H_1(\mathbb{K}_4) \sim \mathbb{Z}$ con una cadena de orientabilidad, $H_2(\mathbb{K}_4) \sim \varnothing$,
  5. Toro-Moebius: $H_0(\mathbb{K}_5) \sim \mathbb{Z}$, $H_1(\mathbb{K}_5) \sim \mathbb{Z}^2$ con una cadena de orientabilidad, $H_2(\mathbb{K}_5) \sim \mathbb{Z}$.

Doble Giro con forzado periódico- VI

- Los grupos de homología de cada uno de los cincos complejos celulares son:
  1. Cinta estándar: $H_0(\mathbb{K}_1) \sim \mathbb{Z}$, $H_1(\mathbb{K}_1) \sim \mathbb{Z}$, $H_2(\mathbb{K}_1) \sim \varnothing$,
  2. Estructura de cinco manijas con una torsión: $H_0(\mathbb{K}_2) \sim \mathbb{Z}$, $H_1(\mathbb{K}_2) \sim \mathbb{Z}^5$ con una cadena de orientabilidad, $H_2(\mathbb{K}_2) \sim \varnothing$,
  3. Toro: $H_0(\mathbb{K}_3) \sim \mathbb{Z}$, $H_1(\mathbb{K}_3) \sim \mathbb{Z}^2$, $H_2(\mathbb{K}_3) \sim \mathbb{Z}$,
  4. Cinta de Moebius: $H_0(\mathbb{K}_4) \sim \mathbb{Z}$, $H_1(\mathbb{K}_4) \sim \mathbb{Z}$ con una cadena de orientabilidad, $H_2(\mathbb{K}_4) \sim \varnothing$,
  5. Toro-Moebius: $H_0(\mathbb{K}_5) \sim \mathbb{Z}$, $H_1(\mathbb{K}_5) \sim \mathbb{Z}^2$ con una cadena de orientabilidad, $H_2(\mathbb{K}_5) \sim \mathbb{Z}$.
- Se considera la advección de un conjunto de 8528 partículas y se las colorea de acuerdo con la caracterización topológica presentada.

Doble Giro con forzado periódico- VII

Coloreado topológico (video)



Estela cercana del cilindro oscilatorio rotante- I

- Analizamos las oscilaciones rotativas del cilindro centrándonos en las propiedades de mezcla de la estela cercana con los siguientes parámetros:

Estela cercana del cilindro oscilatorio rotante- I

- Analizamos las oscilaciones rotativas del cilindro centrándonos en las propiedades de mezcla de la estela cercana con los siguientes parámetros:
  - El número de Reynolds $\mathrm{Re} = \frac{U\phi}{\nu} = 40$: ν coeficiente de viscosidad cinemática, U la velocidad de flujo libre y ϕ el diámetro del cilindro.

Estela cercana del cilindro oscilatorio rotante- I

- Analizamos las oscilaciones rotativas del cilindro centrándonos en las propiedades de mezcla de la estela cercana con los siguientes parámetros:
  - El número de Reynolds $\mathrm{Re} = \frac{U\phi}{\nu} = 40$: ν coeficiente de viscosidad cinemática, U la velocidad de flujo libre y ϕ el diámetro del cilindro.
  - La ley sinusoidal de la oscilación rotatoria: amplitud angular $A = 1$ y un parámetro de rotación, definido como la relación entre la velocidad tangencial y la velocidad de corriente libre, $\theta_0 = \frac{1}{\pi}$.

Estela cercana del cilindro oscilatorio rotante- II

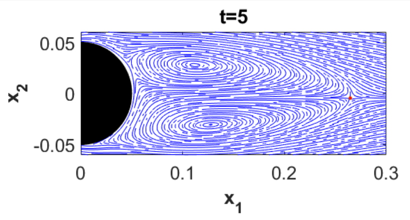
- Para llevar a cabo el análisis BraMAH se generan datos numéricos utilizando el programa libre GERRIS (Popinet, 2003).

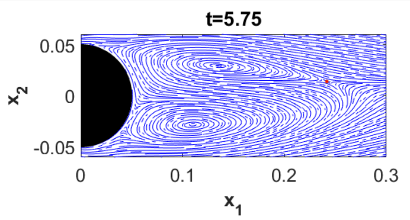
Estela cercana del cilindro oscilatorio rotante- II

- Para llevar a cabo el análisis BraMAH se generan datos numéricos utilizando el programa libre GERRIS (Popinet, 2003).
- El dominio utilizado para la simulación es de 60 diámetros de longitud (L) y 30 diámetros de ancho (W).

Estela cercana del cilindro oscilatorio rotante- II

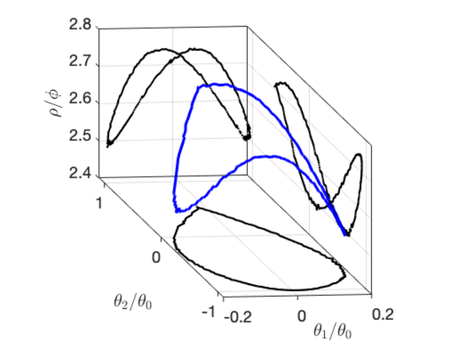
- Para llevar a cabo el análisis BraMAH se generan datos numéricos utilizando el programa libre GERRIS (Popinet, 2003).
- El dominio utilizado para la simulación es de 60 diámetros de longitud (L) y 30 diámetros de ancho (*W*).
- Líneas de corriente en el caso de un cilindro rotante. El punto de estancamiento está coloreado con un punto rojo:





Estela cercana del cilindro oscilatorio rotante- III

- Esta figura muestra el movimiento del punto de estancamiento **p** en coordenadas polares; ρ es la distancia al centro del cilindro $(0, 0)$ y θ_1 mide el ángulo entre p y el eje positivo x_1 y θ_2 es el ángulo de la oscilación del cilindro ($\phi = 0{,}1$; $\theta_0 = \frac{1}{\pi}$; $W = 30\phi$).

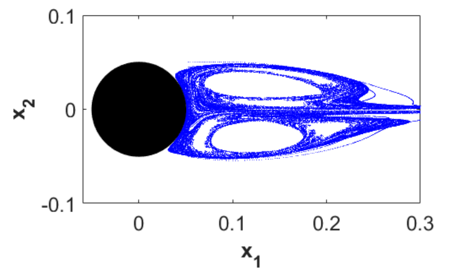


Estela cercana del cilindro oscilatorio rotante- IV

- En este flujo las celdas oscilan lateral y verticalmente, mientras que en el flujo del Doble Giro las celdas se mueven sólo lateralmente.

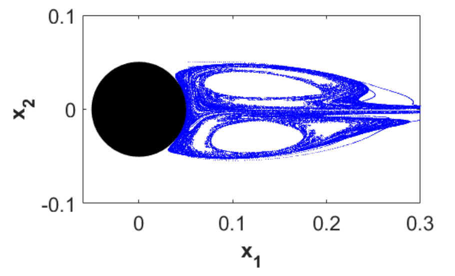
Estela cercana del cilindro oscilatorio rotante- IV

- En este flujo las celdas oscilan lateral y verticalmente, mientras que en el flujo del Doble Giro las celdas se mueven sólo lateralmente.
- Líneas de emisión cuyos puntos de inyección son $\mathbf{p} = (x_1, x_2) \ / \ x_1 = 0{,}0525; x_2 \in [-0{,}05 : 0{,}005 : 0{,}05]$:



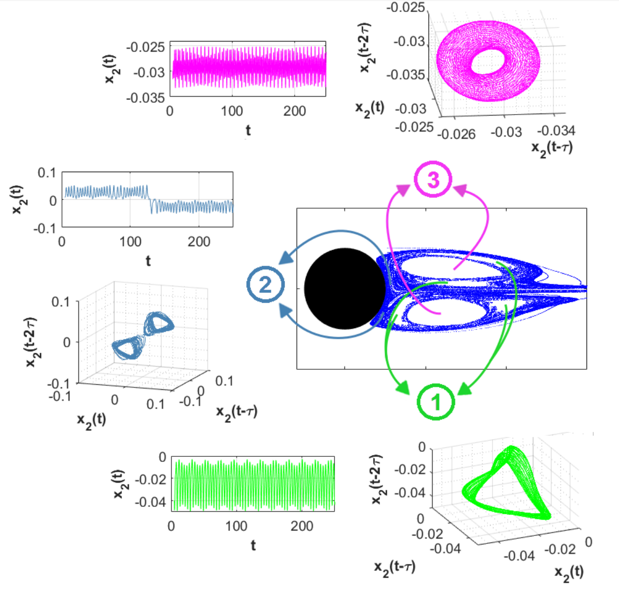
Estela cercana del cilindro oscilatorio rotante- IV

- En este flujo las celdas oscilan lateral y verticalmente, mientras que en el flujo del Doble Giro las celdas se mueven sólo lateralmente.
- Líneas de emisión cuyos puntos de inyección son $\mathbf{p} = (x_1, x_2) \ / \ x_1 = 0{,}0525; x_2 \in [-0{,}05 : 0{,}005 : 0{,}05]$:



- Se aplica el método BraMAH: se utiliza la serie temporal asociada a la coordenada x_2 de la posición y la ventana de tiempo es $T_w = 250$. Los parámetros para la reconstrucción del embebido de retardos temporales son: $m = 4$ y $\tau = 60$.

Estela cercana del cilindro oscilatorio rotante- V

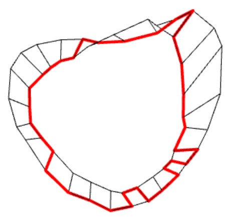


Estela cercana del cilindro oscilatorio rotante- VI

- Los complejos celulares tienen dimensión $h = 2$ y los generadores de H_1 están representados en color:

Estela cercana del cilindro oscilatorio rotante- VI

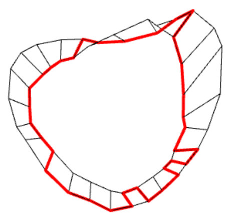
- Los complejos celulares tienen dimensión $h = 2$ y los generadores de H_1 están representados en color:



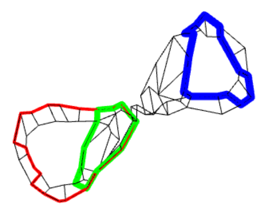
(1) Cinta estándar

Estela cercana del cilindro oscilatorio rotante- VI

- Los complejos celulares tienen dimensión $h = 2$ y los generadores de H_1 están representados en color:



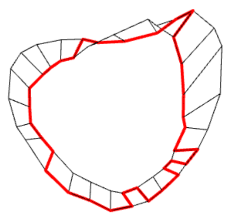
(1) Cinta estándar



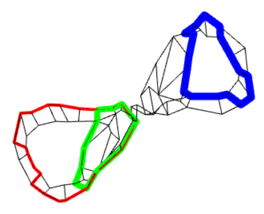
(2) Est. 3 manijas

Estela cercana del cilindro oscilatorio rotante- VI

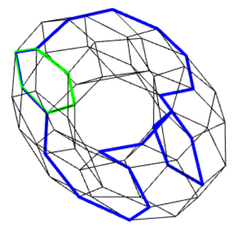
- Los complejos celulares tienen dimensión $h = 2$ y los generadores de H_1 están representados en color:



(1) Cinta estándar



(2) Est. 3 manijas



(3) Toro

Estela cercana del cilindro oscilatorio rotante- VII

- Los grupos de homología de cada uno de los tres complejos celulares son:
  (1) Cinta estándar: $H_0(\mathbb{K}_1) \sim \mathbb{Z}$, $H_1(\mathbb{K}_1) \sim \mathbb{Z}$, $H_2(\mathbb{K}_1) \sim \varnothing$,

Estela cercana del cilindro oscilatorio rotante- VII

- Los grupos de homología de cada uno de los tres complejos celulares son:
  1. Cinta estándar: $H_0(\mathbb{K}_1) \sim \mathbb{Z}$, $H_1(\mathbb{K}_1) \sim \mathbb{Z}$, $H_2(\mathbb{K}_1) \sim \varnothing$,
  2. Estructura de tres manijas con una torsión: $H_0(\mathbb{K}_2) \sim \mathbb{Z}$, $H_1(\mathbb{K}_2) \sim \mathbb{Z}^3$ con una cadena de orientabilidad, $H_2(\mathbb{K}_2) \sim \varnothing$,

Estela cercana del cilindro oscilatorio rotante- VII

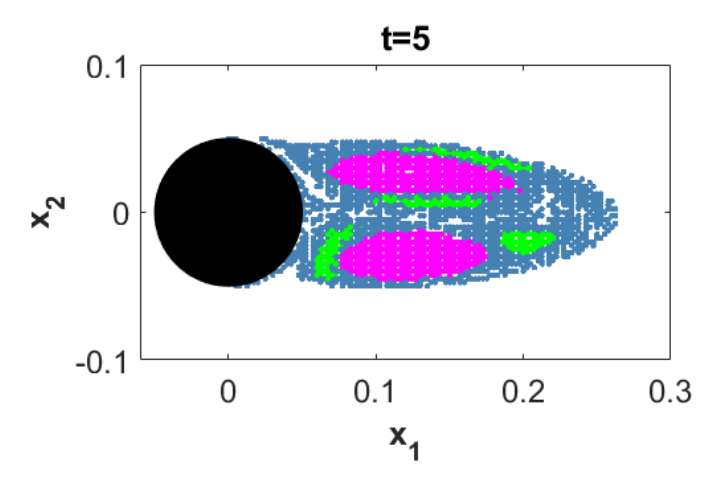
- Los grupos de homología de cada uno de los tres complejos celulares son:
  (1) Cinta estándar: $H_0(\mathbb{K}_1) \sim \mathbb{Z}$, $H_1(\mathbb{K}_1) \sim \mathbb{Z}$, $H_2(\mathbb{K}_1) \sim \varnothing$,
  (2) Estructura de tres manijas con una torsión: $H_0(\mathbb{K}_2) \sim \mathbb{Z}$, $H_1(\mathbb{K}_2) \sim \mathbb{Z}^3$ con una cadena de orientabilidad, $H_2(\mathbb{K}_2) \sim \varnothing$,
  (3) Toro: $H_0(\mathbb{K}_3) \sim \mathbb{Z}$, $H_1(\mathbb{K}_3) \sim \mathbb{Z}^2$, $H_2(\mathbb{K}_3) \sim \mathbb{Z}$.

Estela cercana del cilindro oscilatorio rotante- VII

- Los grupos de homología de cada uno de los tres complejos celulares son:
  (1) Cinta estándar: $H_0(\mathbb{K}_1) \sim \mathbb{Z}$, $H_1(\mathbb{K}_1) \sim \mathbb{Z}$, $H_2(\mathbb{K}_1) \sim \varnothing$,
  (2) Estructura de tres manijas con una torsión: $H_0(\mathbb{K}_2) \sim \mathbb{Z}$, $H_1(\mathbb{K}_2) \sim \mathbb{Z}^3$ con una cadena de orientabilidad, $H_2(\mathbb{K}_2) \sim \varnothing$,
  (3) Toro: $H_0(\mathbb{K}_3) \sim \mathbb{Z}$, $H_1(\mathbb{K}_3) \sim \mathbb{Z}^2$, $H_2(\mathbb{K}_3) \sim \mathbb{Z}$.
- Se considera la advección de un conjunto de 4797 partículas y se las colorea de acuerdo con la caracterización topológica presentada.

Estela cercana del cilindro oscilatorio rotante- VIII

Coloreado topológico (video)

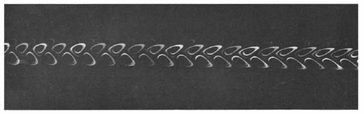


Bickley Jet- I

- Es un modelo cinemático de las ciencias geofísicas, en el que se pueden observar estructuras similares a las producidas en la estela lejana de un flujo a través de un cilindro.

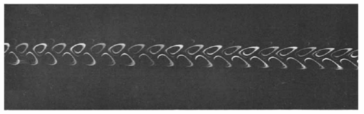
Bickley Jet- I

- Es un modelo cinemático de las ciencias geofísicas, en el que se pueden observar estructuras similares a las producidas en la estela lejana de un flujo a través de un cilindro.



Bickley Jet- I

- Es un modelo cinemático de las ciencias geofísicas, en el que se pueden observar estructuras similares a las producidas en la estela lejana de un flujo a través de un cilindro.



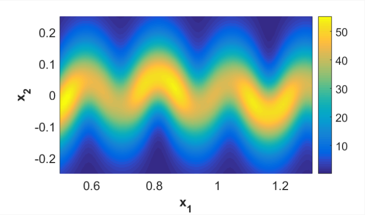
- Está definido por la función corriente $\psi(x_1, x_2, t)$ con un flujo de fondo constante $\psi_0(x_2)$ y tres ondas viajeras superpuestas
$\psi(x_1, x_2, t) = \psi_0(x_2) + \psi_1(x_1, x_2, t), \psi_0(x_2) = -U_0 L_0 \tanh\left(\frac{x_2}{L_0}\right)$

$$\psi_1(x_1, x_2, t) = U_0 {L_0}^2 \left(\frac{x_2}{L_0}\right) \sum_{n=1}^{3} \epsilon_n cos\Big(k_n(x_1 - c_n t)\Big) .$$

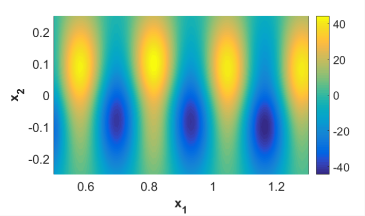
$U_0 = 0{,}6266$ m/s, $L_0 = 0{,}177$ m; $\epsilon_1 = 0{,}0075$; $\epsilon_2 = 0{,}15$; $\epsilon_3 = 0{,}3$; $l_x = 2$ m; $k_n = \frac{2n\pi}{l_x}$; $c_1 = 0{,}1446 U_0$; $c_2 = 0{,}205 U_0$ y $c_3 = 0{,}461 U_0$.

Bickley Jet- II

- Desde la perspectiva Euleriana, tenemos que las regiones que se encuentran corresponden al chorro del Bickley Jet y a una sucesión de vórtices.



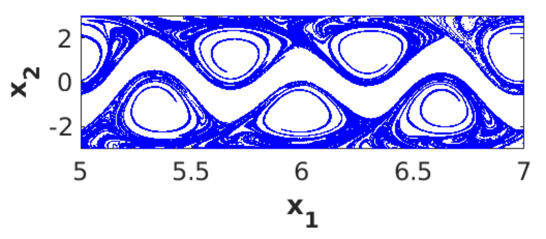
(a) Módulo del campo de velocidad.



(b) La vorticidad.

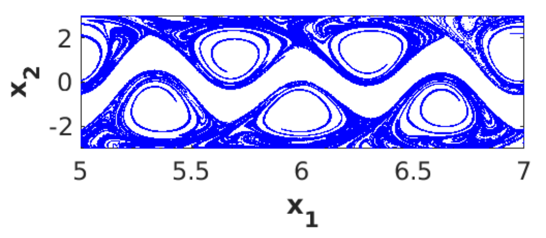
Bickley Jet- III

- Línea de emisión asociada al flujo de Bickley Jet a $T = 3{,}4560$ segundos. Los puntos de inyección son $\mathbf{p} = (x_1, x_2)\ /\ x_1 = 1 \times 10^{-1}; x_2 \in [-4 : 0{,}05 : -2] \cup [2 : 0{,}05 : 4]$. Las unidades de longitud están medidas en metros.



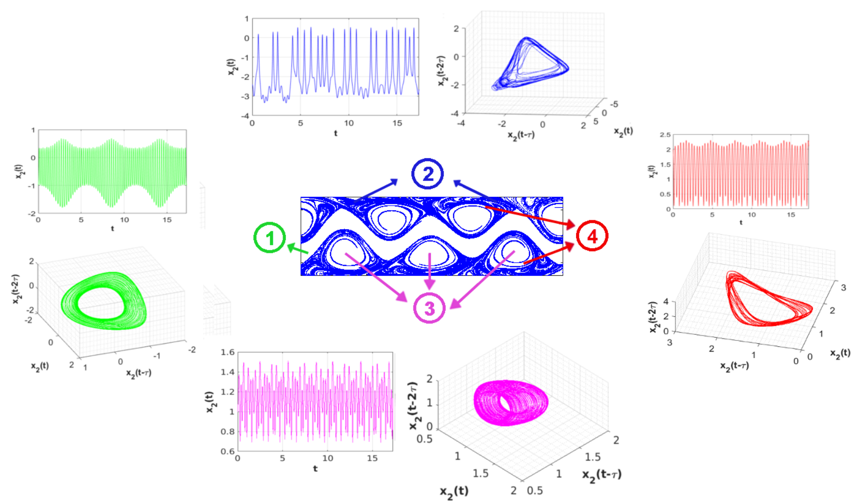
Bickley Jet- III

- Línea de emisión asociada al flujo de Bickley Jet a $T = 3{,}4560$ segundos. Los puntos de inyección son $\mathbf{p} = (x_1, x_2) \;/\; x_1 = 1 \times 10^{-1}; x_2 \in [-4 : 0{,}05 : -2] \cup [2 : 0{,}05 : 4]$. Las unidades de longitud están medidas en metros.



- Se aplica el método BraMAH: se utiliza la serie temporal asociada a la coordenada x_2 de la posición con ventana de tiempo de $T_w = 17{,}28$ segundos. Los parámetros para la reconstrucción del embebido de retardos temporales son: $m = 4$ y $\tau = 6 \times 10^{-4}$.

Bickley Jet- IV

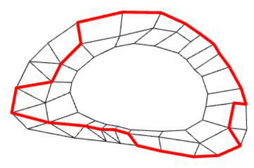


Bickley Jet- V

- Los complejos celulares tienen dimensión $h = 2$:

Bickley Jet- V

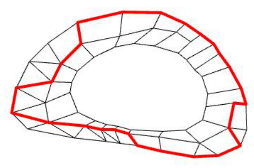
- Los complejos celulares tienen dimensión $h = 2$:



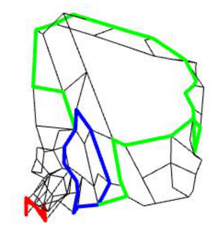
(1) Cinta estándar

Bickley Jet- V

- Los complejos celulares tienen dimensión $h = 2$:



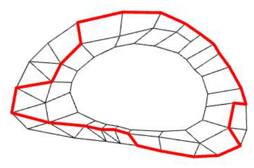
(1) Cinta estándar



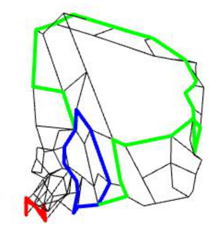
(2) Est. con 3 manijas

Bickley Jet- V

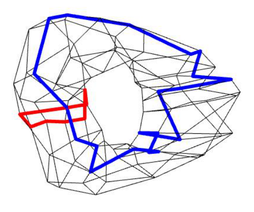
- Los complejos celulares tienen dimensión $h = 2$:



(1) Cinta estándar



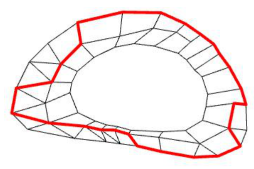
(2) Est. con 3 manijas



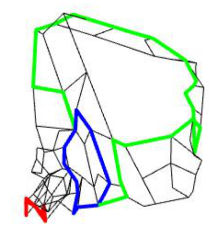
(3) Toro

Bickley Jet- V

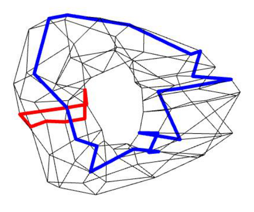
- Los complejos celulares tienen dimensión $h = 2$:



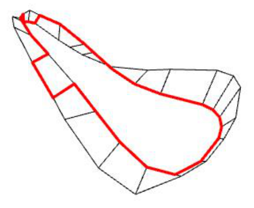
(1) Cinta estándar



(2) Est. con 3 manijas



(3) Toro



(4) Cinta de Moebius

Bickley Jet- VI

- Los grupos de homología de cada uno de los cuatro complejos celulares son:

Bickley Jet- VI

- Los grupos de homología de cada uno de los cuatro complejos celulares son:
  (a) Cinta estándar: $H_0(\mathbb{K}_1) \sim \mathbb{Z}$, $H_1(\mathbb{K}_1) \sim \mathbb{Z}$, $H_2(\mathbb{K}_1) \sim \emptyset$,

Bickley Jet- VI

- Los grupos de homología de cada uno de los cuatro complejos celulares son:
  (a) Cinta estándar: $H_0(\mathbb{K}_1) \sim \mathbb{Z}$, $H_1(\mathbb{K}_1) \sim \mathbb{Z}$, $H_2(\mathbb{K}_1) \sim \emptyset$,
  (b) Estructura de tres manijas con una torsión: $H_0(\mathbb{K}_2) \sim \mathbb{Z}$, $H_1(\mathbb{K}_2) \sim \mathbb{Z}^3$ con una cadena de orientabilidad, $H_2(\mathbb{K}_2) \sim \emptyset$,

Bickley Jet- VI

- Los grupos de homología de cada uno de los cuatro complejos celulares son:
  (a) Cinta estándar: $H_0(\mathbb{K}_1) \sim \mathbb{Z}$, $H_1(\mathbb{K}_1) \sim \mathbb{Z}$, $H_2(\mathbb{K}_1) \sim \varnothing$,
  (b) Estructura de tres manijas con una torsión: $H_0(\mathbb{K}_2) \sim \mathbb{Z}$, $H_1(\mathbb{K}_2) \sim \mathbb{Z}^3$ con una cadena de orientabilidad, $H_2(\mathbb{K}_2) \sim \varnothing$,
  (c) Toro: $H_0(\mathbb{K}_3) \sim \mathbb{Z}$, $H_1(\mathbb{K}_3) \sim \mathbb{Z}^2$, $H_2(\mathbb{K}_3) \sim \mathbb{Z}$,

Bickley Jet- VI

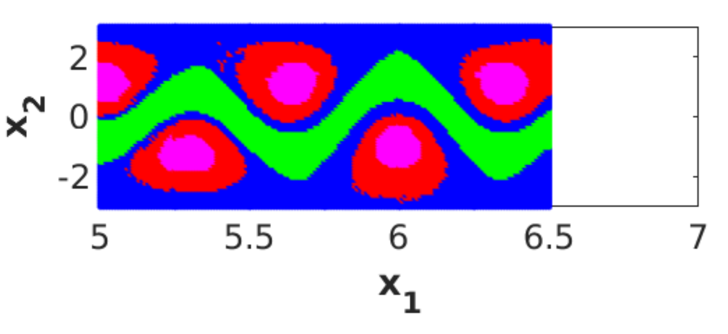
- Los grupos de homología de cada uno de los cuatro complejos celulares son:
  (a) Cinta estándar: $H_0(\mathbb{K}_1) \sim \mathbb{Z}$, $H_1(\mathbb{K}_1) \sim \mathbb{Z}$, $H_2(\mathbb{K}_1) \sim \varnothing$,
  (b) Estructura de tres manijas con una torsión: $H_0(\mathbb{K}_2) \sim \mathbb{Z}$, $H_1(\mathbb{K}_2) \sim \mathbb{Z}^3$ con una cadena de orientabilidad, $H_2(\mathbb{K}_2) \sim \varnothing$,
  (c) Toro: $H_0(\mathbb{K}_3) \sim \mathbb{Z}$, $H_1(\mathbb{K}_3) \sim \mathbb{Z}^2$, $H_2(\mathbb{K}_3) \sim \mathbb{Z}$,
  (d) Cinta de Moebius: $H_0(\mathbb{K}_4) \sim \mathbb{Z}$, $H_1(\mathbb{K}_4) \sim \mathbb{Z}$ con una cadena de orientabilidad, $H_2(\mathbb{K}_4) \sim \varnothing$.

Bickley Jet- VI

- Los grupos de homología de cada uno de los cuatro complejos celulares son:
    (a) Cinta estándar: $H_0(\mathbb{K}_1) \sim \mathbb{Z}$, $H_1(\mathbb{K}_1) \sim \mathbb{Z}$, $H_2(\mathbb{K}_1) \sim \varnothing$,
    (b) Estructura de tres manijas con una torsión: $H_0(\mathbb{K}_2) \sim \mathbb{Z}$, $H_1(\mathbb{K}_2) \sim \mathbb{Z}^3$ con una cadena de orientabilidad, $H_2(\mathbb{K}_2) \sim \varnothing$,
    (c) Toro: $H_0(\mathbb{K}_3) \sim \mathbb{Z}$, $H_1(\mathbb{K}_3) \sim \mathbb{Z}^2$, $H_2(\mathbb{K}_3) \sim \mathbb{Z}$,
    (d) Cinta de Moebius: $H_0(\mathbb{K}_4) \sim \mathbb{Z}$, $H_1(\mathbb{K}_4) \sim \mathbb{Z}$ con una cadena de orientabilidad, $H_2(\mathbb{K}_4) \sim \varnothing$.
- Se considera la advección de un conjunto de 9516 partículas y se las colorea de acuerdo con la caracterización topológica presentada.

Bickley Jet- VII

Coloreado topológico (video)

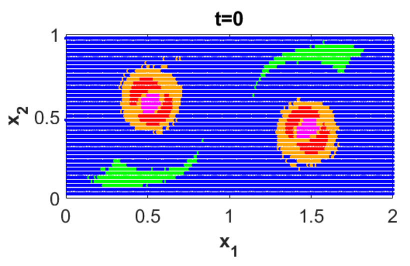


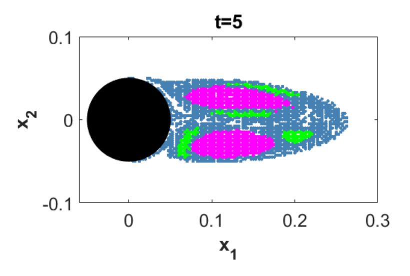
Contenidos

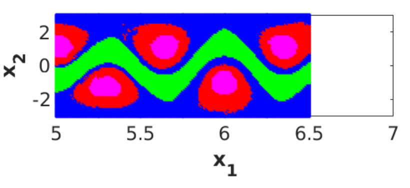
Comparación de resultados- I

Topologías	DG	CR	BJ
Cinta estándar	✓	✓	✓
Est. de k manijas	✓	✓	✓
Toro	✓	✓	✓
Cinta de Moebius	✓	X	✓
Toro-Moebius	✓	X	X

Comparación de resultados- II







Conclusiones

- Dinámica de una partícula fluida = sistema dinámico $\mathbb{R}^{M+N}$ con N = dimensión del espacio físico y M = número de modos que condensan el comportamiento del campo de velocidades.

Conclusiones

- Dinámica de una partícula fluida = sistema dinámico $\mathbb{R}^{M+N}$ con N = dimensión del espacio físico y M = número de modos que condensan el comportamiento del campo de velocidades.
- La topología permite clasificar partículas fluidas según su dinámica. Dicha clasificación permite identificar las propiedades de mezclado de un escurrimiento fluido.

Conclusiones

- Dinámica de una partícula fluida = sistema dinámico $\mathbb{R}^{M+N}$ con N = dimensión del espacio físico y M = número de modos que condensan el comportamiento del campo de velocidades.
- La topología permite clasificar partículas fluidas según su dinámica. Dicha clasificación permite identificar las propiedades de mezclado de un escurrimiento fluido.
- Regiones Lagrangianas con misma topología = regiones cuyas partículas tienen dinámicas equivalentes. Incluso en escurrimientos distintos.

Conclusiones

- Dinámica de una partícula fluida = sistema dinámico $\mathbb{R}^{M+N}$ con N = dimensión del espacio físico y M = número de modos que condensan el comportamiento del campo de velocidades.
- La topología permite clasificar partículas fluidas según su dinámica. Dicha clasificación permite identificar las propiedades de mezclado de un escurrimiento fluido.
- Regiones Lagrangianas con misma topología = regiones cuyas partículas tienen dinámicas equivalentes. Incluso en escurrimientos distintos.
- Ejemplos analizados : escurrimientos laminares bidimensionales. ¿Escurrimientos más complejos? Sí, a condición de disponer de más de una decena de cuasi-ciclos con una buena tasa de muestreo, y de obtener embebidos con estructura topológica discernible.

Trabajos futuros

- Eficacia del método en estudios experimentales o aplicaciones ambientales.

Trabajos futuros

- Eficacia del método en estudios experimentales o aplicaciones ambientales.
- Simulación numérica de una estela lejana, con vistas a corroborar los resultados alcanzados con el modelo del Bickley Jet.

Trabajos futuros

- Eficacia del método en estudios experimentales o aplicaciones ambientales.
- Simulación numérica de una estela lejana, con vistas a corroborar los resultados alcanzados con el modelo del Bickley Jet.
- Dado que vimos que regiones de distintos escurrimientos comparten dinámicas similares, es de interés extender el análisis a otros casos y verificar si los patrones se repiten en los distintos flujos donde se observa el mezclado laminar caótico.

Trabajos futuros

- Eficacia del método en estudios experimentales o aplicaciones ambientales.
- Simulación numérica de una estela lejana, con vistas a corroborar los resultados alcanzados con el modelo del Bickley Jet.
- Dado que vimos que regiones de distintos escurrimientos comparten dinámicas similares, es de interés extender el análisis a otros casos y verificar si los patrones se repiten en los distintos flujos donde se observa el mezclado laminar caótico.
- Alcances del método BraMAH para flujos turbulentos: ¿Qué dificultades aparecen con las escalas espacio-temporales más finas? Estudios en curso : doble giro aperiódico.

Trabajos futuros

- Eficacia del método en estudios experimentales o aplicaciones ambientales.
- Simulación numérica de una estela lejana, con vistas a corroborar los resultados alcanzados con el modelo del Bickley Jet.
- Dado que vimos que regiones de distintos escurrimientos comparten dinámicas similares, es de interés extender el análisis a otros casos y verificar si los patrones se repiten en los distintos flujos donde se observa el mezclado laminar caótico.
- Alcances del método BraMAH para flujos turbulentos: ¿Qué dificultades aparecen con las escalas espacio-temporales más finas? Estudios en curso : doble giro aperiódico.
- En flujos 3D, ¿aparecen nuevas clases topológicas no presentes en los casos bidimensionales?


Muchas
GRACIAS