
**INSTITUTO DE INGENIERÍA SANITARIA Y
AMBIENTAL**

ÁREA DE HIDRÁULICA
**CÁTEDRA DE HIDRÁULICA APLICADA A LA
INGENIERÍA SANITARIA**

**VELOCIDAD DE LIMPIEZA VS. ESFUERZO
TRACTIVO**

ING. LUIS PEREZ FARRAS

AGOSTO DE 2005

NOTA DEL AUTOR

Un agradecimiento muy especial a la Inga. María Eva Koutsovitits, quién se encargó de la crítica, mejoras, revisión y edición del texto original.

El ejemplo numérico, segunda parte del presente texto, también actualizado y mejorado, es parte de la bibliografía de la Cátedra de Construcciones Hidráulicas del Departamento de Hidráulica de la FI UBA. al que afortunadamente sigo vinculado como Profesor Asociado Consulto (en trámite de ratificación por parte de la Universidad de Buenos Aires).

Agradezco a su actual Profesor a cargo el Ing. Adolfo Guitelman, el hecho que nos permita utilizar el texto original para su perfeccionamiento e integración al presente.

En el entendimiento que el texto que nos ocupa es indistintamente de interés para la nombrada Cátedra de grado y para nuestra Cátedra del curso de postgrado, publicamos el mismo en las respectivas páginas Web, a los efectos que los alumnos de ambas puedan disponer del mismo.

Luis E. Pérez Farrás

1. CONCEPTOS GENERALES Y OBJETIVOS

El propósito del presente trabajo es considerar que los líquidos que escurren en sistemas cloacales (o de alcantarillado) están muy lejos de constituir “un continuo ideal” como el que posibilita las deducciones y conceptos básicos de la Hidráulica General utilizados hasta el momento.

En los líquidos residuales domésticos e industriales se encuentran gran cantidad de sustancias, algunas solubilizadas y una gran parte no, las que constituyen sólidos de características diversas en cuanto a su composición, forma, tamaño, peso específico, etc., los cuales son arrastrados por la corriente o, en caso contrario sedimentan.

Sin entrar a considerar la naturaleza de los líquidos cloacales domésticos, diremos que el líquido que debemos evacuar hacia su destino final, presenta complejas características físico químicas.

Es evidente que la naturaleza orgánica del mismo da lugar a un proceso digestivo de la misma, atribuible a la acción bacteriana, que da por resultado el desprendimiento de gases sumamente agresivos desde el punto de vista del ataque corrosivo y que incluso, de concentrarse por defecto del diseño, puede originar accidentes graves.

Las características apuntadas determinan pautas de diseño propias para los sistemas cloacales, las cuales **adicionadas a las que se obtienen de la Hidráulica de los canales**, se fundan en dos conceptos rectores:

a) La Red de Cloacas debe transportar en la forma más rápida y eficiente posible, los líquidos a su destino final (Planta de tratamiento y posterior descarga en cuerpos receptores adecuados, con tratamiento previo en función de las características y propiedades del mismo).

b) Debe optimizarse el transporte de sólidos sedimentables, a los efectos de minimizar los efectos altamente negativos de los mismos.

En efecto, sobre este último concepto se basará el desarrollo del presente trabajo, concepto relacionado con el transporte de sedimentos, destacando desde un comienzo que su eliminación es obviamente imposible, por lo que el mantenimiento preventivo es parte fundamental del buen funcionamiento del sistema.

A continuación se desarrolla la Teoría de Camp-Shields, la cual posibilita el desarrollo de dos metodologías de diseño para el transporte de sólidos, que actualmente aparentemente rivalizan entre sí. Ambas metodologías encuentran defensores, sin que los mismos analicen que en realidad son parte de la misma Teoría. Nos referimos al método tradicional de “**Velocidad de Autolimpieza para velocidad 0,6 m/s a Sección Llena**” (utilizada por los grandes organismos prestatarios de servicios de saneamiento básico en el mundo durante siete decenios) y el más reciente (con casi tres décadas de utilización) relativo al

“Esfuerzo Tractivo para condiciones de Caudal Mínimo” los cuales serán desarrollados en detalle más adelante.

El Objetivo central del desarrollo que sigue, es analizar la Teoría y sobre todo demostrar la compatibilidad de las dos metodologías de cálculo que surge de la misma y que en la práctica, resultan complementarias, tal como demostraremos. En el presente numeral se tratará la teoría de base.

2. EL ESFUERZO TRACTIVO

El esfuerzo tractivo τ (dimensiones de fuerza dividida por superficie) surge de considerar la componente del peso del elemento de líquido rayado en la Figura 1 y distribuirla en la superficie lateral que el mismo ocupa.

En efecto, de la figura se puede apreciar que la “Fuerza Tractiva” del escurrimiento resulta de descomponer el peso del elemento de líquido considerado y rayado en la figura, según la dirección del plano inclinado constituido por la pendiente de la conducción a superficie libre (canal sección “segmento de círculo”). Del análisis de la figura surge claramente que:

$$F_T = \gamma \Omega L \text{ sen } \alpha \quad (1)$$

Se recuerda que en Canales en general (las cloacas son una aplicación de los mismos) las pendientes son naturalmente bajas por lo que resultan válidas las siguientes igualdades :

$$\text{sen } \alpha \equiv \text{tg } \alpha = i = j = j^* \quad (2)$$

Nota: La condición de “Escorrimento Uniforme”, posibilita utilizar cualquiera de las tres pendientes. En la teoría de canales se utiliza el símbolo “i” y en cloacas es habitual encontrar las expresiones con el símbolo “j”. A partir de ahora éste será el utilizado para designar indistintamente la pendiente del fondo como de la superficie libre.

Si se reemplaza la expresión (2) en la (1) y además se la divide por la superficie en contacto con el líquido (resultante del producto del “perímetro mojado χ ” por la longitud del elemento considerado L) se obtiene el “Esfuerzo Tractivo” buscado.

$$\tau = \frac{\gamma \Omega L j}{\chi L} = \gamma R j \quad (3)$$

En la que:

- " τ " es el "esfuerzo tractivo" en kg/m^2 o N/m .
- " γ " es el peso específico del agua.
- " R " es el "Radio medio hidráulico" ("Sección mojada" dividida por el "perímetro mojado").
- " j " es la pendiente de la "solera del canal" (o "invertido" de la tubería si es una conducción cloacal).

Si se recuerda la expresión de CHEZY

$$U = C \sqrt{R j} \quad (4)$$

Donde:

-U es la velocidad media en la sección en m/s.

-C es el coeficiente de CHEZY, dado por la expresión de Manning :

$$C = \frac{1}{n} R^{\frac{1}{6}}$$

En la que n es un coeficiente que depende de la rugosidad de las paredes.

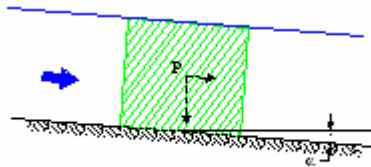


Figura 1
Fuerza Tractiva

Si se reemplaza Rj despejado de la (4) en la (3) se obtiene:

$$\tau = \frac{\gamma}{C^2} U^2 \quad (5)$$

De la (5) se deduce un importante concepto: **“El esfuerzo tractivo es proporcional al cuadrado de la velocidad media”**.

Con estos conceptos finaliza el tratamiento, en forma escueta, de la teoría del “Esfuerzo Tractivo”. Para considerar el correspondiente a la velocidad de “auto-limpieza”, se procede como sigue :

Se idealiza al material arrastrado o sedimentable como una sucesión de esferas discretas, de diámetro ϕ y peso específico de sólidos “ γ_s ”, en contacto íntimo y dando lugar a una porosidad p , obviamente cubierta por el agua que brinda su “esfuerzo tractivo”.

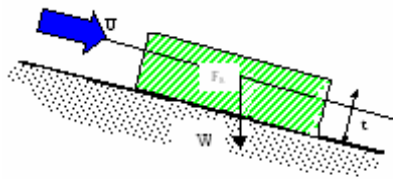


Figura 2
Material Sedimentable

3. EL ESFUERZO RESISTENTE

El "Esfuerzo Resistente" es :

$$\tau_R = (\gamma_s - \gamma) \cdot (1-p) \cdot t \cdot \text{sen } \alpha \quad (6)$$

En la que “ t ” es el volumen de superficie lateral unitaria, adoptado así para que la expresión resulte dimensionalmente un “esfuerzo” $\left(\frac{F}{L^2}\right)$ comparable con el “Esfuerzo tractivo” previamente analizado.

Además, si se tiene en cuenta la hipótesis planteada de las partículas discretas en contacto mutuo, resulta evidente que el volumen “ t ” resulta una función del diámetro de las partículas ϕ , por lo que su forma será al ser todas iguales:

$$t = \text{cte} \cdot \phi.$$

Haciendo :

$$(1-p) \cdot \text{cte} \cdot \text{sen } \alpha = K$$

y reemplazando en la (6) se obtiene:

$$\tau_R = (\gamma_s - \gamma) \cdot K \cdot \phi \quad (7)$$

El “esfuerzo resistente” se evalúa con la (7) en la que K, es un coeficiente propio del líquido que, la experiencia prueba que puede variar entre los límites 0,8 y 0,04.

Haciendo $\tau = \tau_R$ y despejando ϕ se obtiene:

$$\phi = \frac{\tau}{(\gamma_s - \gamma)k} \quad (8)$$

Se destaca que para un dado líquido el denominador de la expresión (8) es una constante numérica, **por lo se obtiene el importante concepto, que a "un dado Esfuerzo Tractivo", le corresponde una partícula a ser efectivamente arrastrada (y consecuentemente también lo serán las menores).**

4. LA VELOCIDAD MEDIA DE AUTOLIMPIEZA

Si en la (8) se reemplaza la (5), y se despeja U, se obtiene la expresión de la “velocidad de auto-limpieza”.

$$U = C \sqrt{\frac{(\gamma_s - \gamma)K\phi}{\gamma}}$$

De la expresión de j en función de la velocidad media, resulta:

$$j = \frac{U^2}{C^2 R}$$

Teniendo en cuenta la expresión de Darcy-Weisbach para una forma no circular (R en lugar de D) que se recuerda es.

$$j = \frac{f}{4 R} \frac{U^2}{2 g}$$

En la que “f” es el “coeficiente de fricción”.

$$\therefore \frac{U^2}{C^2 R} = \frac{f}{4 R} \frac{U^2}{2 g}$$

De la comparación surge la relación entre “c” y “f”

$$C = \sqrt{\frac{8g}{f}}$$

Reemplazando finalmente, en la expresión de la “velocidad de auto-limpieza”, se obtiene la forma más conocida o difundida de la misma:

$$U = \sqrt{\frac{8g(\gamma_s - \gamma)}{f}} K \phi \quad (9)$$

Se destaca una vez más, dada su importancia, que al ser las pendientes de la solera del canal, de la superficie libre y de la línea de energía paralelas para el escurrimiento uniforme, es decir que $i=j=j^*$, indistintamente pueden ser usados los tres símbolos. **En cloacas es usual utilizar el valor de j, símbolo que será adoptado en las aplicaciones tecnológicas del presente texto.**

La (9) implica que U representa, la velocidad media que posibilita el arrastre de una partícula discreta de diámetro ϕ y de peso específico de sólidos γ_s .

5. CONSIDERACIONES DE INTERÉS

Del análisis de la sencilla teoría expuesta, surge claramente que las Metodologías de Cálculo vigentes, en base al “Esfuerzo Tractivo” o a la “Velocidad de Autolimpieza” en realidad son parte de la misma concepción teórica. En realidad podríamos interpretar a la segunda, como un intento de avance conceptual del “Esfuerzo Tractivo” al incorporar todas las hipótesis sobre la partícula discreta y el “esfuerzo resistente”.

A continuación se desarrollarán los conceptos que implican la aplicación de una u otra metodología de cálculo y se hará el análisis de la conveniencia de adopción de una u otra, en función de los intereses económicos a ser tenidos en cuenta necesariamente por los proyectistas.

Es oportuno adelantar, que más adelante se demostrará que, a partir de un determinado Diámetro ($\cong 300mm$) resulta más ventajosa la aplicación el Criterio de Esfuerzo tractivo (para diámetros menores aproximadamente a 300 mm) y que el de “Velocidad de Autolimpieza” es más ventajoso para los diámetros mayores.

6. ANÁLISIS COMPARATIVO DE LOS CONCEPTOS DE VELOCIDAD DE AUTOLIMPIEZA Y ESFUERZO TRACTIVO

6.1. RESUMEN DESCRIPTIVO DEL CONTENIDO Y OBJETIVO

En el presente capítulo se realiza la comparación en términos de la capacidad de remoción de partículas y, sobre todo, económicos, de los conceptos derivados de las condiciones "Esfuerzo Tractivo de 0,1 kgf/m² para Caudal Mínimo" (Criterio Tradicional) y "Velocidad de Autolimpieza a sección llena de 0,6 m/s" (Criterio Moderno).

El primero de los criterios fue utilizado tradicionalmente, en todo el orbe, por las grandes organizaciones prestadoras de servicios de saneamiento básico (en la República Argentina exitosamente por la ex- Obras Sanitarias de la Nación) y el segundo es más utilizado en los dos últimos decenios, como consecuencia de una también exitosa aplicación en el Brasil, liderada por el Ing. Azevedo Netto.

La objeto del presente trabajo es el de determinar las ventajas relativas en cuanto a la aplicación de uno u otro criterio, y sobre todo a partir de que diámetro resulta mas conveniente, desde el punto de vista económico, la adopción del método más adecuado en base a su mayor economía de excavación.

Para lograr el objetivo pretendido, se destaca la relación existente entre ambos, puesto que en realidad constituyen la misma teoría expuesta criteriosamente por Camps y Shields.

Para poder realizar comparaciones en función de caudales máximos y mínimos se establecen relaciones basadas en la moderna normativa del ENHOSA (1993) usando los criterios de cálculo de Woodward y Posey (cálculo de canales), los que se revalorizan por su sencillez y practicidad para la realización de cálculos.

En resumen, el "Objetivo Central" del presente trabajo, es el de brindar al proyectista conclusiones que pueden ayudar a discernir sobre los campos de aplicación de una u otra metodología de cálculo **y sobre todo proponer a partir de que diámetro es mas conveniente el uso de uno u otro criterio de cálculo.**

Las conclusiones buscadas, se obtendrán de plantear las ecuaciones que permitan comparar, los parámetros fundamentales intervinientes y obtener, de ellos recomendaciones concluyentes sobre el campo de aplicación de cada criterio.

7.ECUACIONES DE UTILIDAD PARA EL OBJETIVO BUSCADO

7.1.ECUACIONES BÁSICAS

Resulta conveniente resumir, previamente al desarrollo del tema en cuestión, las ecuaciones a ser utilizadas.

El esfuerzo tractivo τ resulta:

$$\tau = \gamma j R \quad (10)$$

En la que:

- " τ " es el "esfuerzo tractivo" en kg/m o N/m.
- " γ " es el peso específico del agua.
- " R " es el "Radio medio hidráulico" ("Sección mojada" dividida por el "perímetro mojado").
- " j " es la pendiente de la "solera del canal" (o "invertido" de la tubería si es una conducción cloacal).

Se recuerda la expresión de CHEZY que es:

$$U = C \sqrt{R j} \quad (11)$$

En la que:

- U es la velocidad media en la sección en m/s.
- C es el coeficiente de CHEZY, dado por la expresión de Manning :

$$C = \frac{1}{n} R^{\frac{1}{6}} \quad (12)$$

Siendo n un coeficiente que depende de la rugosidad de las paredes.

Se recuerda también, la siguiente expresión:

$$\tau = \frac{\gamma}{C^2} U^2 \quad (13)$$

De la que se deduce un importante concepto: **"El esfuerzo tractivo es proporcional al cuadrado de la velocidad media"**, tal cual fue mencionado anteriormente.

La relación entre la partícula de diámetro ϕ a ser removida por el Esfuerzo Tractivo τ es:

$$\phi = \frac{\tau}{(\gamma_s - \gamma)k} \quad (14)$$

Se hace notar que para un dado líquido cloacal, el denominador es una constante numérica, por lo que a "un dado Esfuerzo Tractivo" le corresponde una partícula a ser efectivamente arrastrada.

La expresión de la "velocidad de auto-limpieza" se presenta a continuación:

$$U = \sqrt{\frac{8g(\gamma_s - \gamma)}{f \gamma} K \phi} \quad (15)$$

7.2 ECUACIONES PARA SECCIÓN LLENA

Los parámetros que definen la sección llena serán indicados con el subíndice "II", por lo tanto:

$$R_{II} = \frac{\Omega_{II}}{\chi_{II}} = \frac{\pi \cdot D^2}{4 \cdot \pi \cdot D} = \frac{D}{4}$$

$$C = \frac{1}{n} \sqrt[6]{R} \therefore C^2 = \frac{1}{n^2} R^{0,333} = \frac{1}{n^2} \left(\frac{D}{4} \right)^{0,333}$$

Reemplazando en (13):

$$\tau_{II} = \frac{n^2 \gamma U^2}{(D/4)^{0,333}} = \frac{4^{0,33} n^2 \gamma U^2}{D^{0,33}} = 1586,67 \frac{n^2 U^2}{D^{0,33}}$$

Consecuentemente

$$\tau_{II} = 1586,67 \frac{n^2 U^2}{D^{0,33}} \quad (16)$$

7.3 ECUACIONES PARA SECCIÓN PARCIALMENTE LLENA

De reemplazar la (12) en la (13) resulta:

$$\tau = \frac{\gamma U}{\left(\frac{6\sqrt{R}}{n}\right)^2} = \frac{n^2 \gamma U^2}{R^{0,333}} \quad (17)$$

Para el cálculo de la expresión (17) se dispone de los siguientes gráficos:

- 1) Diagrama de Parámetros Geométricos.
- 2) Diagrama de Elementos Hidráulicos.

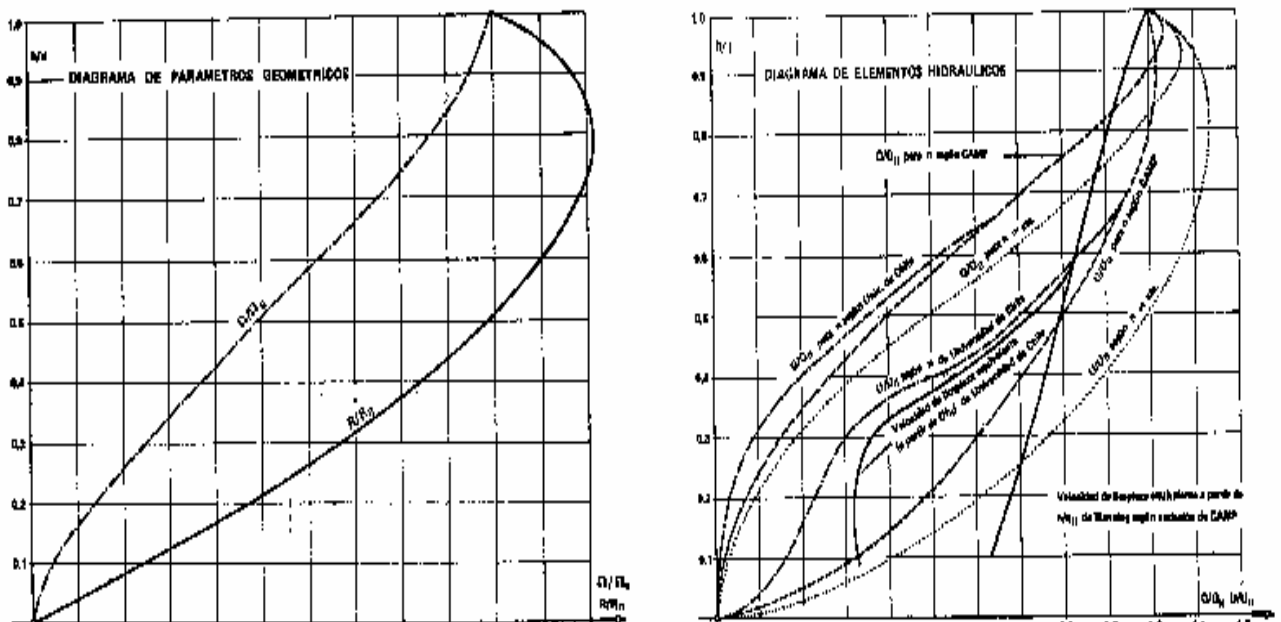


Figura 3
Relación entre Parámetros Geométricos e Hidráulicos

8. ANÁLISIS COMPARATIVO

8.1. CRITERIO ADOPTADO PARA LOS CAUDALES A SER CONSIDERADOS

Para posibilitar la comparación se adoptan los conceptos vertidos en la Fundamentación de normas del Ente Nacional de Obras Hídricas y Saneamiento Ambiental (ENOHSA) y las normas respectivas, de publicación relativamente reciente (1993). **Se utilizan estos criterios, por que están fundamentados en los más recientes avances teórico- experimentales del tema.**

El estudio de caudales lo suponemos realizado, a partir de los estudios previos de Población y Dotación, según el entender o las exigencias normativas a las que el proyectista deberán ajustarse.

Las normas del ENOHSA, cuando se refiere al Método tradicional establecen que, para el “Caudal Máximo del día de menor consumo del 1º año de la instalación” (Q_{Lo}), el esfuerzo tractivo debe ser $\tau_o = 0,10 \text{ kg/m}^2$ y además establece que Q_{Lo} debe cumplir con:

$$Q_{Lo} = \alpha_2 \beta_1 Q_{Co} \quad (18)$$

En la que:

- α_2 es el coeficiente máximo diario.
- β_1 es el coeficiente mínimo diario.
- Q_{Co} es el “Caudal Medio para el Año Inicial”.

Nota: α_2 y α_1 se obtienen en función de la Población futura a servir. Se adoptan los valores a 20 años por ser los plazos habituales de amortización de los préstamos con que se financian las obras.

Por otra parte se cumple, obviamente y para un proyecto dado, la relación:

$$Q_{C20} = \eta Q_{Co} \quad \text{por lo que} \quad Q_{Co} = Q_{C20}/\eta \quad (19)$$

En la que Q_{C20} es el “Caudal Medio para el Año 20” (fin del período de amortización y que se obtiene de la población a 20 años y la dotación adoptada) y η es un coeficiente a determinar en cada proyecto y que depende del estudio de población y el criterio adoptado para el cálculo de la población futura (ver ejemplo numérico en 3.6.4.4.). Obviamente el valor de η es fácilmente calculable en cada caso particular.

Reemplazando la (19) en la (18) se obtiene :

$$Q_{Lo} = \alpha_2 \cdot \beta_1 \cdot Q_{C20} / \eta \quad (20)$$

Denominando Q_{E20} al "Caudal Máximo del Año 20", éste constituye el caudal de Diseño ya que implica el máximo al fin del plazo de amortización de la red de colectoras. Para ese Caudal se fija la relación $h/D=0,94$ lo que coincide con la "Máxima Capacidad de Transporte de la Conducción". El caudal de referencia está vinculado con el caudal medio según la relación:

$$Q_{E20} = \alpha \cdot Q_{C20}$$

En la que α se obtiene en función de la población a ser servida.

Despejando de la anterior y reemplazando se obtiene:

$$Q_{Lo} = \frac{\alpha_1 \beta_1}{\alpha \eta} Q_{E20}$$

Haciendo

$$\xi = \frac{\alpha_1 \beta_1}{\alpha \eta}$$

Resulta

$$Q_{Lo} = \xi Q_{E20} \quad (21)$$

Es decir, que al establecerse el valor de Caudal de Diseño para las condiciones al final del plazo de amortización, la expresión (21) simboliza el importante concepto de que, para una dada población, al ser α_2 , β_1 , α y η , constantes fácilmente obtenibles en el estudio de Población, dotación y caudales, el coeficiente ξ resulta una constante de determinación inmediata. **En resumen al ser determinado Q_{E20} queda automáticamente fijado, para un proyecto dado, el caudal mínimo Q_{Lo} .**

9. CÁLCULO DE LOS CAUDALES

Para el cálculo de los caudales es sumamente práctico utilizar las tablas de Woodward y Posey las que brindan para cada relación h/D; los valores principales a_{sc} y a_{sc}' , los cuales vinculan a todas las variables puestas en juego mediante las siguientes ecuaciones :

$$\frac{Q n}{D^{2,666} \sqrt{j}} = a_{sc} \quad (22)$$

$$\frac{Q n}{h^{2,666} \sqrt{j}} = a_{sc}' \quad (23)$$

Para calcular la capacidad de transporte (que debe coincidir con Q_{E20} que corresponde a la condición h/D = 0,94) se procede de la siguiente manera:

- a) Se determina a_{sc} (coeficiente para la sección "segmento de círculo") para cada h/D.
- b) De la expresión (22) se obtiene la expresión:

$$Q = \frac{a_{sc} D^{2,666} \sqrt{j}}{n} \quad (24)$$

La expresión (24), para un dado j, se convierte para cada relación h/D en:

$$Q = cte D^{2,666} \quad (25)$$

- c) Se destaca que los conceptos establecidos por el ENOHSA y la nomenclatura correspondiente implican considerar:
 - c₁) El caudal máximo del día de mayor consumo en el año final del plazo de amortización Q_{E20} . **Con este caudal se diseñan las tuberías con la condición de h/D = 0,94.**
 - c₂) El caudal máximo del día de menor consumo en el año inicial (Q_{L0}).
- d) Con la (24) se pueden calcular los caudales en general y Q_{E20} (para la relación h/D=0,94) en particular.
- e) Q_{L0} se determina en función de Q_{E20} aplicando la (21).

-
- f) Se destaca que relación h/D para Q_{L0} queda fijada de antemano al establecer Q_{E20} para la relación $h/D=0,94$. En efecto, de la tabla surge que:

$$a_{sc_1} = \frac{Q_{E20} n}{D^{2,666} \sqrt{j}} = 0,3352$$

Escribiendo la condición para Q_{L0} , y recordando la expresión (21) se obtiene:

$$a_{sc_2} = \frac{Q_{L0} n}{D^{2,666} \sqrt{j}} = \frac{\xi Q_{E20} n}{D^{2,666} \sqrt{j}} = 0,3352 \xi \quad (26)$$

Como para cada proyecto el valor de ξ es, como se ha demostrado, una constante fácilmente calculable, el valor a_{sc_2} es inmediato y queda determinado automáticamente al ser fijado h/D para Q_{E20} . Con el nuevo valor a_{sc_2} obtenido se obtiene de la tabla de Woodward y Posey, la relación h/D correspondiente al caudal mínimo Q_{L0} .

10. PENDIENTES RESULTANTES DE MANTENER IGUAL ESFUERZO TRACTIVO EN TODOS LOS DIÁMETROS

Recordando la expresión (10), se deduce que:

$$j = \frac{\tau}{\gamma R} \quad (27)$$

El propósito ahora es el obtener la expresión que brinde las pendientes necesarias para que sea removida una dada partícula en todos los diámetros y para los caudales Q_{L0} .

Reemplazando en la expresión anterior τ ($0,1 kg_f / m^2$) y γ ($1000 \frac{kg_f}{m^3}$) se obtiene la expresión de cálculo:

$$j = \frac{0,0001}{R} \quad (28)$$

Para el cálculo se procede utilizando nuevamente las tablas de Woodward y Posey, pero ahora, además se tendrá en cuenta la columna que brinda la relación R/D en función de h/D, para la relación correspondiente a Q_{L0} .

Para el cálculo de a_{sc} , de la (26), es preciso determinar la constante ξ propia de cada proyecto, de la fila correspondiente se obtiene el valor numérico b_{sc} correspondiente, que implica la relación :

$$\frac{R}{D} = b_{sc} \quad (29)$$

y por consiguiente $R = b_{sc} D \quad (30)$

Reemplazando en la expresión (28), se obtiene:

$$j = \frac{0,0001}{b_{sc} D} \quad (31)$$

Que es la expresión buscada.

Para el análisis comparativo propuesto, es necesario obtener las pendientes correspondientes a la partícula que se remueve con el criterio de "velocidad de autolimpieza de 0,6 m/s".

Para ello, se utiliza nuevamente la expresión (27) pero usando los valores a “Sección Llena” y posteriormente, el esfuerzo tractivo correspondiente a cada diámetro, con lo que resultan las expresiones:

$$j_{II} = \frac{\tau_{II}}{\gamma R_{II}} = \frac{\tau_{II}}{\gamma \left(\frac{D}{4}\right)} = \frac{4 \tau_{II}}{\gamma D}$$

En la que, τ_{II} se obtiene de la (16), con $U = 0,6 \text{ m/s}$, es decir:

$$\tau_{II} = 1586,67 \frac{n^2 U^2}{D^{0,33}} = 571,20 \frac{n^2}{D^{0,33}}$$

Reemplazando y considerando $\gamma = 1000 \frac{\text{kg}_f}{\text{m}^3}$ se obtiene

$$j_{II} = 2,2848 \frac{n^2}{D^{1,33}} \quad (32)$$

La experiencia y el análisis de las funciones (que omitimos con el objeto de simplificar la presentación) demuestra que la (31) y la (32) se cortan en un punto, dado que $D^{1,33}$ produce ese efecto.

El Diámetro que satisfaga la condición de igual pendiente para ambos criterios, se obtiene de considerar y resolver la ecuación siguiente

$$2,2848 \frac{n^2}{D^{1,33}} - \frac{0,0001}{b_{sc} D} = 0 \quad (33)$$

La resolución exacta de la anterior, implica un análisis particular para cada proyecto.

La aplicación tecnológica, sobre todo considerando el hecho de que la oferta comercial de diámetros no contempla números exactos (excepto casos muy especiales que lo justifiquen) y oferta en cambio diámetros puntuales, obligan a realizar un análisis aproximado que nos sirva como recomendación general de aplicación.

Si se considera que:

- a) n puede considerarse en término medio como 0,012.
- b) b_{sc} puede variar entre valores representados por un promedio de 0,21 (ver tabla de Woodward y Posey para los h/D habituales para Q_{L0}).

La (33) queda expresada:

$$\frac{0,000329}{D^{1,33}} - \frac{0,000476}{D} = 0 \quad (34)$$

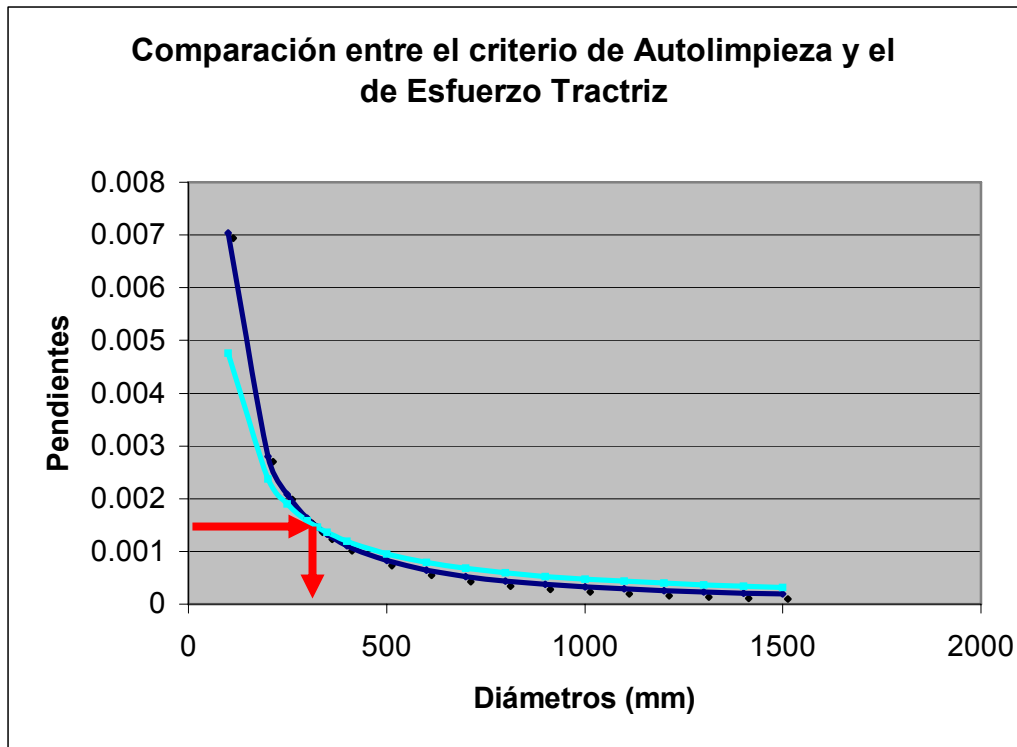


Figura 4
Esfuerzo Tractriz vs. Velocidad de Autolimpieza

En la figura anterior, se representan ambas expresiones y se puede apreciar como la intersección tiene lugar para el Diámetro $D = 325$ mm (obviamente al reemplazar ese valor en la ecuación, la misma verifica).

Como el diámetro obtenido, no coincide exactamente con un diámetro comercial, se puede aceptar **como aproximación tecnológica adecuada**, que la transición para la aplicación de uno u otro criterio de diseño, **tiene lugar considerando el Diámetro 300mm**.

En efecto, para Diámetros menores a 300 mm el criterio basado en “Esfuerzo Tractivo para Q_{L0} de $0,1kg_f/m^2$ ” nos proporciona inversiones en

excavación menores que las resultantes del criterio de Diseño para “Velocidad Media de Autolimpieza de $0,6 \frac{m}{s}$ para Sección Llena”.

En cambio para diámetros mayores a 300 mm, resulta más económico este último criterio.

11. CONCLUSIONES DEL ANÁLISIS COMPARATIVO

- 1- Dado que el denominador de la (14) es cte para un dado líquido cloacal, surge que para un dado esfuerzo tractivo τ_o una partícula ϕ_o será la de mayor tamaño a ser removida (consecuentemente serán removidas las de menor tamaño y sedimentarán las de mayor tamaño).
- 2- De la (17) se desprende que al imponer “velocidad de autolimpieza de 0,6 m/s”, para todos los casos el esfuerzo tractivo resulta función del diámetro, por lo que se remueven partículas distintas al variar éste.
- 3- Al fijar condición de “autolimpieza” de $U=0,6$ m/s para todos los diámetros, la capacidad tractiva decrece con la raíz cúbica de la inversa del diámetro. Es decir que decrece el poder removedor de partículas con el aumento del mismo. Consecuentemente, a medida que aumenta el diámetro, es menor la partícula que puede ser efectivamente removida por el escurrimiento.
- 4- **La difícil evaluación del k para cada líquido cloacal hace difícil precisar la dimensión de la partícula a remover. Desde que, fijar un valor de τ que da buenos resultados, es válido para todos los diámetros, surge como más conveniente, desde el punto de vista de la remoción de partículas, el diseño en base al esfuerzo tractivo, puesto que así será removida la misma partícula en todos los diámetros independientemente de cual sea el valor real de las dimensiones de la misma.**
- 5- El concepto de “velocidad de autolimpieza”, si bien es más racional que el de Esfuerzo tractivo (dado que en realidad es un perfeccionamiento del análisis del mismo) es más idealizado, puesto que se fundamenta en conceptos teóricos demasiado limitantes (partícula discreta esférica, dispersión homogénea de partículas discretas de idéntico tamaño y peso específico, etc.).
- 8- El cálculo, basado en un valor de Esfuerzo Tractivo prefijado (0,1 kgf/m²) para el valor de $Q_{mín}$ (Q_{L0}), presupone un criterio idéntico para todos los diámetros.
- 9- Considerando las inversiones en excavación, independientemente de la capacidad removedora de partículas; el Criterio de esfuerzo tractivo, brinda excelentes resultados en la práctica para tuberías de "D" inferior a 300 mm) puesto que implica menor pendiente a igualdad de diámetro. En cambio, para diámetros superiores a 300 mm, la condición de $U = 0,6$ m/s a Sección Llena resulta más conveniente.
- 10- Nótese que las pendientes que aseguran el esfuerzo tractivo necesario para remover determinada partícula de diámetro ϕ para la condición Q_{L0} son independientes de los valores numéricos de los caudales y varían con

la relación h/D , la que es prefijada en cada caso al fijarse la relación $h/D = 0,94$ como condición de diseño para el caudal máximo.

- 11- En los prediseños de redes, se pueden determinar en función de los diámetros tentativos (previo al cálculo de los caudales), las pendientes mínimas que aseguren remoción eficiente de partículas para un Esfuerzo Tractivo preestablecido.

ANEXO

EJEMPLO NUMÉRICO

1. DESCRIPCIÓN Y OBJETIVOS

Se analizan mediante un ejemplo numérico las relaciones y consecuencias que surgen de aplicar el Método de Cálculo del Esfuerzo Tractivo (siguiendo los criterios aceptados por el ENOHSa) y el tradicional de la Velocidad de Autolimpieza.

El método de Análisis adoptado consiste en calcular los tamaños de las partículas que teóricamente han de ser removidas para el esfuerzo tractivo correspondiente a la condición "velocidad de autolimpieza a sección llena de 0,6 m/s" (para $n=cte$) comparadas con las de la condición de "Esfuerzo Tractivo 0,1 kg/m²", impuesto por los Criterios Modernos y contemplados en los Fundamentos de normas y Normas del ENOHSa de la República Argentina. Ello se hace para el caudal Q_{L0} (máximo del día de menor consumo del año inicial).

El objetivo es realizar los cálculos que posibiliten elaborar una tabla, en la que en función de los diámetros y las relaciones h/D más representativas, se presenten los valores numéricos del esfuerzo tractivo correspondientes, y las pendientes necesarias, para uno u otro criterio, de manera de posibilitar comparaciones y conclusiones complementarias de las ya obtenidas analíticamente.

2. METODOLOGÍA DE CÁLCULO ADOPTADA

Para la determinación de los valores de τ correspondientes a cada relación h/D se propone la siguiente metodología.

Con $R_{||} = D/4$ se tabulan los valores para cada D .

Para cada diámetro se procede así:

1. Para cada h/D representativo (se sugieren 0,94; 0,7; 0,5 y la que surja de una análisis para la condición de mínimo) se obtienen de los gráficos los correspondientes valores de $R/R_{||}$ y $U/U_{||}$ (con la hipótesis de $n=cte$).

2. Con $R_{||}$ y los valores obtenidos de las curvas se calculan R y U para cada caso.

3. Se adoptan para el cálculo los siguientes valores de las constantes:

- $n = 0,012$;
- $\gamma \cong 1000 \text{ kg/m}^3$
- $U_{||} = 0,6 \text{ m/s}$ (recomendación tradicional para autolimpieza)

4. Se determina τ con las expresiones correspondientes. Con los valores de los Esfuerzos tractivos a “Sección Llena y Parcialmente Llena” se completan todas las columnas del cuadro comparativo para los distintos h/D . Reemplazando valores en la expresión para “Sección Llena” resultan:

$$\tau_{ll} = \frac{0,0822}{D^{0,333}}$$

y para “sección Parcialmente Llena”:

$$\tau = \frac{0,144}{R^{0,33}} U^2$$

5. Con los valores de la expresión para cada diámetro y cada relación h/D , se calcula el diámetro de la partícula discreta ideal, para lo cual se adoptan los siguientes valores:

- $k = 0,4$ valor que implica remoción completa de arena pegajosa en condiciones medias (promedio aproximado entre 0,8 y 0,04).
- $\gamma_s = 2650 \text{ kg/m}^3$ peso específico de la arena.
- $\gamma = 1000 \text{ kg/m}^3$ peso específico del agua.

Para el diámetro de la partícula discreta ideal resulta:

$$\phi = 0,001515 \cdot \tau$$

3. CONSIDERACIONES SOBRE CAUDALES

El ENOHSA de la República Argentina recogiendo la experiencia ms actualizada del Criterio del “Esfuerzo tractivo” establece que el Caudal Mínimo de Verificación, el denominado “ Q_{LO} ” (Caudal Máximo del día de menor consumo del primer año de la instalación) debe cumplir con la expresión:

$$Q_{LO} = \alpha_2 \beta_1 Q_{CO}$$

En la que:

- α_2 es el coeficiente máximo diario.
- β_1 es el coeficiente mínimo diario.
- Q_{CO} es el “Caudal Medio para el Año Inicial”.

En la tabla siguiente se reproducen los valores fijados por el nombrado organismo (cuya competencia alcanza a las localidades de menos de 30 000 habitantes).

Valores de los Coeficientes del ENOHS

Población Servida	α_1	α_2	α	β_1	β_2	β
$500 \text{ h} \leq P_s \leq 3000 \text{ h}$	1,40	1,90	2,66	0,60	0,50	0,30
$3000 \text{ h} < P_s \leq 15000 \text{ h}$	1,40	1,70	2,38	0,70	0,50	0,35
$15000 \text{ h} < P_s \leq 30000 \text{ h}$	1,30	1,50	1,95	0,70	0,60	0,42

Nota: Estos coeficientes no incluyen infiltración ni aportes de grandes usuarios.

Para poblaciones entre 15000 y 30000 habitantes se establece que :

$$\alpha_2 = 1,50 ; \beta_1 = 0,7$$

4. PENDIENTES RESULTANTES DE MANTENER IGUAL ESFUERZO TRACTIVO EN TODOS LOS DIÁMETROS

Para el análisis que nos ocupa resulta conveniente completar el "cuadro comparativo de valores de Esfuerzos Tractivo y Diámetros de Partículas Discretas a Remover con dos columnas relativas a las "pendientes necesarias".

De la expresión básica del "Esfuerzo Tractivo" se deduce que:

$$j = \frac{\tau}{\gamma R}$$

El propósito ahora es el de confeccionar una columna que brinde las pendientes necesarias para que sea removida una dada partícula en todos los diámetros y para los caudales Q_{L0} .

Se adopta la condición resultante para $D=150 \text{ mm}$, lo que implica adoptar $\tau_0=0,128\text{Kg/m}^2$, con lo que la partícula de diámetro $0,2 \text{ mm}$ será efectivamente removida en todos los diámetros (condiciones del diámetro 150 mm en los análisis anteriores para $U=0,6 \text{ m/s}$).

Para el cálculo se procede utilizando la tabla de Woodward y Posey teniendo en cuenta la columna que brinda la relación R/D en función de h/D .

Reemplazando se obtiene la expresión de cálculo:

$$j = \frac{0,000128}{R}$$

Para el cálculo de a_{sc_2} , de la tabla, es preciso determinar la constante η (relación entre caudal medio a n años y caudal medio al inicio) propia de cada proyecto que surge del estudio de Población dotaciones y caudales.

A título de posibilitar el ejemplo numérico, se adopta el criterio de cálculo de la Población Futura por el método de la tasa de crecimiento media anual constante. Por lo que el "caudal medio a 20 años" resulta :

$$Q_{C20} = P_0 (1+i)^n \delta$$

En la que:

- P_0 es la población al año cero.
- i es la tasa de crecimiento.
- d es la dotación.
- n es el plazo de amortización ($n = 20$ años).

El caudal medio en el inicio es:

$$Q_{C0} = P_0 \delta$$

Dividiendo ambas se obtiene:

$$\frac{Q_{C20}}{Q_{C0}} = (1+i)^{20} = \eta$$

Adoptando $i = 3 \% = 0,03$ \longrightarrow resulta : $\eta = 1,81$

Por lo que:

$$Q_{C0} = \frac{Q_{C20}}{1,81}$$

Resulta oportuno en este punto resumir las ecuaciones desarrolladas anteriormente a los efectos de facilitar su utilización:

$$Q_{C20} = \eta Q_{C0} \longrightarrow Q_{C0} = Q_{C20} / \eta \qquad Q_{Lo} = \alpha_2 \cdot \beta_1 \cdot Q_{C20} / \eta$$

Como se mencionó anteriormente Q_{E20} se denomina "Caudal Máximo del Año 20" y constituye el caudal de Diseño. Para ese Caudal se fija la relación $h/D=0,94$ lo que coincide con la "Máxima Capacidad de Transporte de la Conducción". El caudal de referencia está vinculado con el caudal medio según la relación $Q_{E20} = \alpha \cdot Q_{C20}$. En la que α se obtiene en función de la población a ser servida.

Resulta además que:

$$Q_{L0} = \frac{\alpha_1 \beta_1}{\alpha \eta} Q_{E20} \quad \text{que con} \quad \xi = \frac{\alpha_1 \beta_1}{\alpha \eta} \quad \longrightarrow \quad Q_{L0} = \xi Q_{E20}$$

Por lo que:

$$a_{sc_2} = \frac{Q_{L0} n}{D^{2,666} \sqrt{j}} = \frac{\xi Q_{E20} n}{D^{2,666} \sqrt{j}} = 0,3352 \xi$$

Considerando el valor obtenido $\eta = 1,81$ resulta:

$$a_{sc_2} = 0,09944$$

Con el valor previo correspondiente a la tabla de Woodward y Posey surge que la relación "tirante - diámetro" para Q_{L0} resulta:

$$h/D = 0,39$$

Condición para la cual la relación "Radio Hidráulico - Diámetro" resulta:

$$R/D = 0,2102$$

Reemplazando en la expresión del "Esfuerzo Tractivo", se obtiene:

$$j = \frac{0,0006089}{D}$$

Dando valores a D se completan las columnas buscadas.

Se estima oportuno brindar una columna precedente en la que se destaquen las pendientes correspondientes a la partícula que se remueve con el criterio de "velocidad de autolimpieza de 0,6 m/s".

Para ello se utiliza nuevamente la expresión del "Esfuerzo Tractivo" utilizando los valores numéricos correspondiente a cada diámetro con lo que resulta la siguiente expresión de cálculo:

$$j = \frac{\tau}{210,2 D}$$

4- PENDIENTES RESULTANTES DE MANTENER $\tau_0 = 0,1 \text{ kg/m}^2$ PARA TODOS LOS "D".

Considerando que la imposición del ENOHSA está fundada en buenos rendimientos comprobados por la experiencia, resulta interesante para las comparaciones a ser realizadas la confección de una tercera columna que brinde las pendientes necesarias para que se cumplimente en todos los diámetros de tuberías un esfuerzo tractivo de $0,1 \text{ kg/m}^2$, lo que implica la remoción de partículas de 0,15 mm y mayores.

Reemplazando el valor anterior en la expresión del "Esfuerzo Tractivo" se obtiene:

$$j = \frac{0,0001}{R}$$

Como para $h/D = 0.39$ resulta $R/D = 0,2102$, reemplazando en la anterior se obtiene:

$$j = \frac{0,0004757}{D}$$

Dando valores a "D" se obtiene un tercer columna de pendientes que son las necesarias para que sea removida en todos los diámetros de tuberías la partícula que surge de la condición impuesta por el ENOHSA ($\tau_0 = 0,10 \text{ kg/m}^2$; $\phi = 0,15 \text{ mm}$).

Como se mencionara anteriormente, la condición impuesta conduce a instalaciones más económicas (menor pendiente a igualdad de diámetro) que la correspondiente a la condición de $U = 0,6 \text{ m/s}$ y hasta el diámetro 300 mm. A partir del diámetro 350 mm resulta más económica la condición de "Velocidad de Autolimpieza".

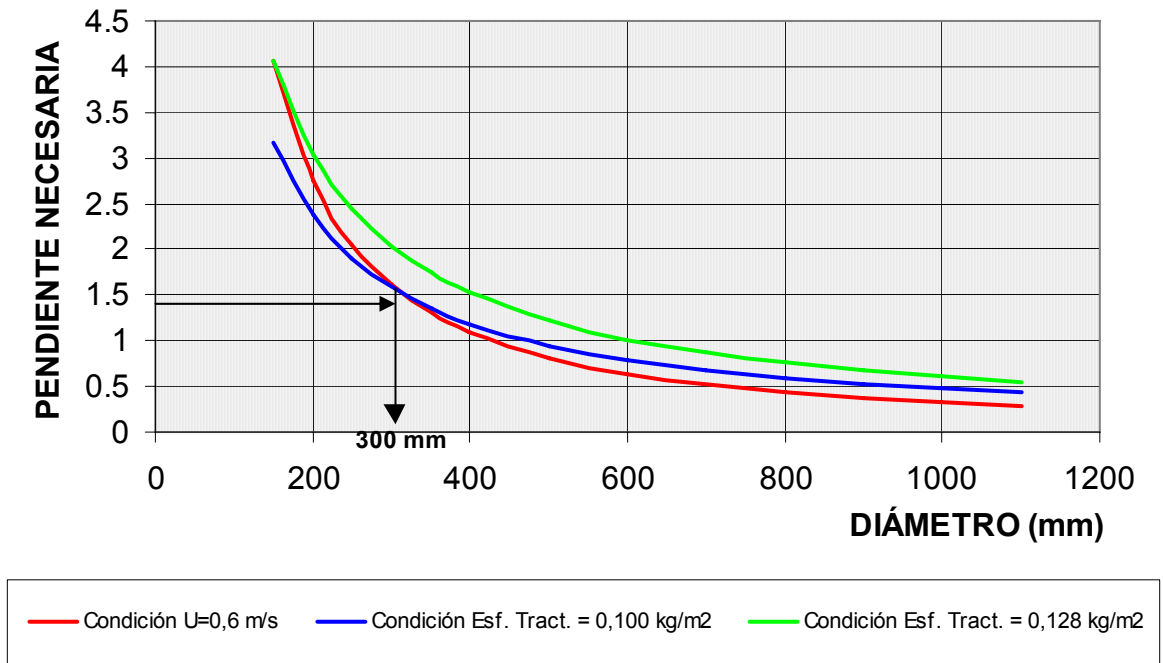
5. CONCLUSIONES ADICIONALES

- 1- Se comprueba numéricamente que al imponer "velocidad de autolimpieza de 0,6 m/s" para todos los casos el esfuerzo tractivo resulta función del diámetro por lo que se remueven partículas distintas al variar éste (ver 2º columna del cuadro comparativo).
- 2- Se comprueba numéricamente también que decrece el poder removedor de partículas con el aumento del diámetro de la conducción. A medida que aumenta el diámetro es menor la partícula que puede ser efectivamente removida por el escurrimiento.

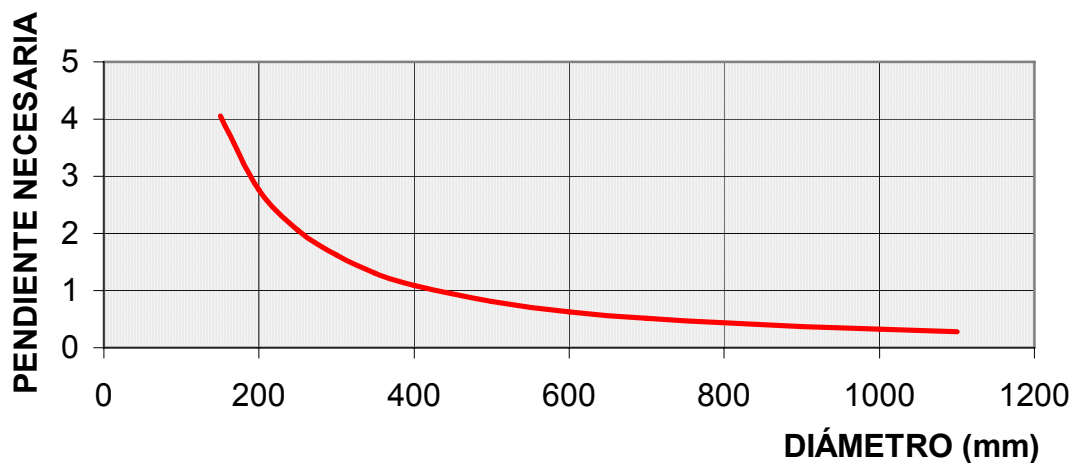
-
- 3- El análisis de la variación del esfuerzo tractivo con h/D , al ser éste variable con el tiempo, **implica variación de la capacidad de remoción con el tiempo. La variación de h/D es importante durante el día** y obviamente su valor medio irá cambiando con el tiempo (al aumentar obviamente la población servida y consecuentemente los caudales).
 - 4- Se comprueba numéricamente que la condición impuesta por el ENOHSA de $\tau = 0,1 \text{ Kg/m}^2$ para Q_{L0} , **resulta superada para diámetros inferiores a 300 mm por la condición de $U = 0,6 \text{ m/s}$ en lo relativo a su eficiencia como removedor de partículas de diámetros $0,15$ o menores** (lo que se logra incluso con pendientes relativamente bajas). En cambio, resulta menos eficiente como removedor para diámetros mayores.
 - 5- Se comprueba numéricamente que considerando las inversiones en excavación, **independientemente de la capacidad removedora de partículas, el criterio de esfuerzo tractivo brinda excelentes resultados en la práctica para tuberías de "D" inferior a 300 mm puesto que implica menor pendiente a igualdad de diámetro. En cambio, para diámetros superiores a 300 mm la condición de $U = 0,6 \text{ m/s}$ resulta más conveniente.**
 - 6- Del análisis de los valores tabulados se comprueba que las pendientes que aseguran el esfuerzo tractivo necesario para remover determinada partícula de diámetro ϕ para la condición Q_{L0} son independientes de los valores numéricos de los caudales y varían con la relación h/D , **la que es prefijada automáticamente, al fijarse la relación $h/D = 0,94$ como condición de diseño para el caudal máximo.**

GÁFICOS

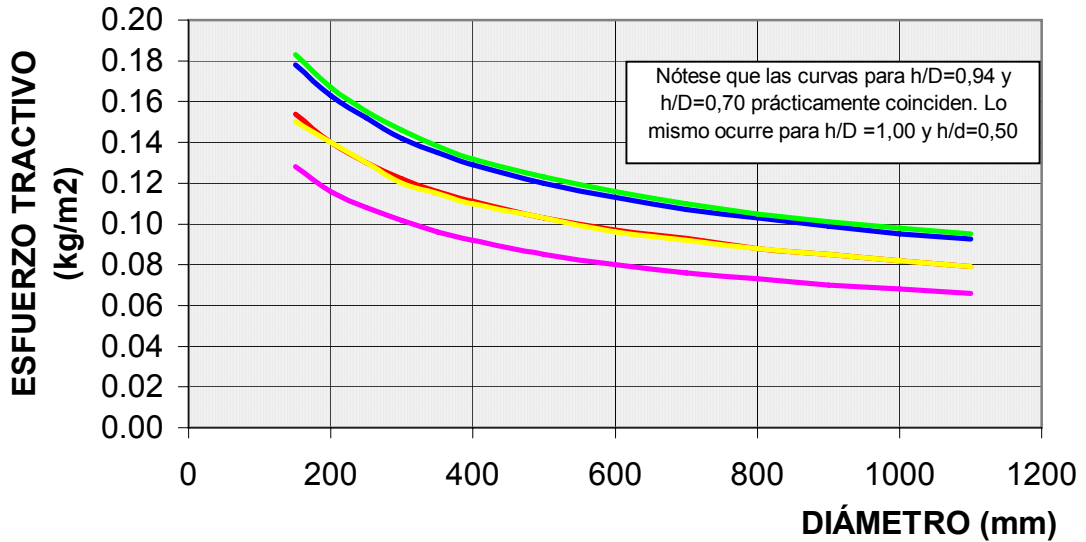
RELACIÓN ENTRE LA PENDIENTE NECESARIA PARA LA REMOCIÓN Y EL DIÁMETRO DE LA TUBERÍA



RELACIÓN ENTRE LA PENDIENTE NECESARIA PARA REMOVER PARTÍCULAS CON $\phi = 0,2$ mm Y EL DIÁMETRO DE LA TUBERÍA

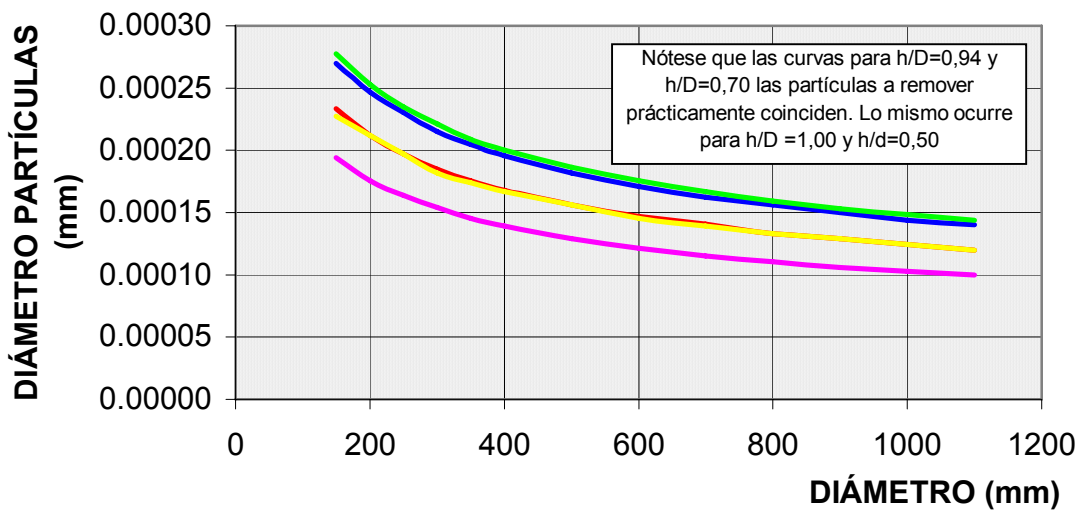


RELACIÓN ENTRE EL ESFUERZO TRACTIVO Y EL DIÁMETRO DE LA TUBERÍA



— $h/D = 1,00$ — $h/D = 0,94$ — $h/D = 0,70$ — $h/D = 0,50$ — $h/D = 0,39$

RELACIÓN ENTRE EL DIÁMETRO DE LAS PARTÍCULAS REMOVIDAS Y EL DIÁMETRO DE LA TUBERÍA (Condición $U=0,6$ m/s - Sección Llena)



— $h/D = 1,00$ — $h/D = 0,94$ — $h/D = 0,70$ — $h/D = 0,50$ — $h/D = 0,39$

CUADRO COMPARATIVO DE VALORES DE τ Y ϕ

D (mm)	$R_{H} = D/4$ (m)	SECCIÓN LLENA		h/D = 0,94		h/D = 0,7		h/D = 0,5		h/D = 0,39		Pendiente necesaria (m/km)	Pendiente necesaria para remover $\phi = 0,2$ mm (m/Km)	Pendiente necesaria para remover $\phi = 0,15$ mm (m/Km)
		τ (kg/m ²)	ϕ (mm)	τ (kg/m ²)	ϕ (mm)	τ (kg/m ²)	ϕ (mm)	τ (kg/m ²)	ϕ (mm)	τ (kg/m ²)	ϕ (mm)			
150	0,0375	0,154	0,233	0,178	0,270	0,183	0,277	0,150	0,227	0,128	0,194	4,06	4,06	3,17
200	0,050	0,140	0,212	0,163	0,247	0,167	0,253	0,140	0,212	0,116	0,176	2,76	3,04	2,38
250	0,0625	0,130	0,197	0,152	0,230	0,155	0,235	0,130	0,197	0,108	0,164	2,06	2,44	1,90
300	0,075	0,122	0,185	0,142	0,215	0,146	0,221	0,120	0,182	0,102	0,154	1,65	2,03	1,59
350	0,0875	0,116	0,176	0,135	0,205	0,138	0,209	0,115	0,174	0,096	0,145	1,30	1,74	1,36
400	0,100	0,111	0,168	0,129	0,195	0,132	0,200	0,110	0,167	0,092	0,139	1,09	1,52	1,19
500	0,125	0,103	0,156	0,120	0,182	0,123	0,186	0,103	0,156	0,085	0,129	0,81	1,22	0,95
600	0,150	0,097	0,147	0,113	0,171	0,116	0,176	0,096	0,145	0,080	0,121	0,63	1,01	0,79
700	0,175	0,093	0,141	0,107	0,162	0,110	0,167	0,092	0,139	0,076	0,115	0,51	0,87	0,68
800	0,200	0,088	0,133	0,103	0,156	0,105	0,159	0,088	0,133	0,073	0,111	0,43	0,76	0,59
900	0,225	0,085	0,129	0,099	0,149	0,101	0,153	0,085	0,129	0,070	0,106	0,37	0,68	0,53
1000	0,250	0,082	0,124	0,095	0,144	0,098	0,148	0,082	0,124	0,068	0,103	0,32	0,61	0,47
1100	0,275	0,079	0,120	0,0925	0,140	0,095	0,144	0,079	0,120	0,066	0,100	0,29	0,55	0,43