



1. INTRODUCCIÓN	1
2. FUNDAMENTOS	1
2.1. ABSTRACCIÓN EMPÍRICA	3
2.2. ABSTRACCIÓN TEÓRICA	3
2.3. ABSTRACCIONES Y LENGUAJE	5
2.4. ESCRIBIR –LEER– EN LA ERA DE INTERNET	7
3. EL CURSO	10
3.1. CLASE 1	10
3.2. CLASE 2	12
3.3. CLASE 3	15
3.4. CLASE 4	16
3.5. CLASE 5	16
4. TAMAÑO DEL CURSO, PROFESORES, FECHAS	16
5. BIBLIOGRAFÍA	16
NOTAS	18

1. Introducción

En el Departamento de Matemática de la Facultad de Ingeniería se ubican asignaturas con una elevada población estudiantil, como es el caso de Análisis Matemático II y Álgebra II, que son comunes a todas las carreras de ingeniería. De allí que la implementación de recursos adicionales que pudieran contribuir al cursado de estas asignaturas es, potencialmente, de impacto elevado. Como contribución a la alfabetización académica, el Departamento de Matemática, conjuntamente con la Secretaría de Calidad Educativa, ha ofrecido tres ediciones de talleres de lectura y un taller de escritura. De la evaluación de los resultados de este último surge la conveniencia de modificar la modalidad para aproximarlos más a la estructura de un curso con una mayor densidad de contenidos¹ y que permita al estudiante tomar contacto con estrategias muy alejadas de las necesarias para desenvolverse en la lectura en pantallas y escritura de mensajes en Internet. La distancia entre las habilidades corrientes y las de escritura de textos con una mínima complejidad ha dado lugar al fenómeno del *iletrismo*².

Por otra parte, los aprendizajes de los estudiantes son juzgados por sus producciones escritas. Y la primera vez que un alumno recibe una devolución formal de su escritura coincide con la evaluación de acreditación de contenidos. No siendo la primera vez que el alumno escribe –usualmente confecciona notas de las clases–, es la primera vez que se le juzga esa escritura, ya cristalizada en un examen. El propósito esencial de este curso es ofrecerle modelos de escritura e instancias de devolución de sus producciones escritas. Se pretende así dotar al estudiante de recursos que le permitan alguna autonomía para juzgar la calidad de sus escritos. Siendo la habilidad de escritura no genérica, sino específica de una disciplina –y de una comunidad académica–, el curso presenta los requisitos del discurso matemático que aspira a ser formalmente aceptable en las áreas del *cálculo* y el *álgebra*. El diseño del curso toma en cuenta la esencial distinción entre los tipos de abstracción, con la correspondiente diferenciación del lenguaje; en el sistema de coordenadas del género de escritura académica, el curso estará centrado en la producción de una especie de textos: aquellos destinados a un profesor que evalúa los aprendizajes *desde* ese texto que se le presenta.

2. Fundamentos

Las investigaciones en el área de escritura y lectura advierten acerca del carácter fuertemente organizado de los textos académicos universitarios, cualquiera sea su área. La organización y el lenguaje serían propios de una disciplina y de un modo de practicarla en las instituciones de enseñanza. Con ser válidos en general,

estos resultados adquieren una forma particular en el área de la matemática avanzada para ingeniería. Si en algún aspecto la matemática puede considerarse una forma particular de lenguaje construida por los hombres para discutir conceptos de un tipo de abstracción muy particular, esa lengua habría necesariamente sonar muy distinta al lenguaje corriente del estudiante.

Entre los problemas más inmediatos del aprendizaje de una lengua extranjera se encuentra el de asignar significados a los términos y comprender las estructuras en las que ellos se integran en una gramática; del mismo modo, la dimensión semántica y la dimensión sintáctica son fuente de reconocidas dificultades en la matemática avanzada. Así lo expresa un renombrado matemático autor de decenas de libro de texto: “por lo general no se reconoce que algunas de las mayores dificultades de la enseñanza de la matemática son similares a las que se presentan en la enseñanza de una lengua extranjera” (Lang 1984, v). En el mismo sentido, Bernstein (2003c) llama al discurso matemático jerárquico, horizontal, y de gramática fuerte; la jerarquía alude al progresivo distanciamiento del lenguaje y los conceptos cotidianos. El problema no es exclusivo de la matemática sino de cualquier lenguaje que pertenezca a una comunidad determinada: “la lengua literaria, o científica, representa una desviación con respecto al habla cotidiana” (Albano, Levit y Rosenberg 2005, 75).

La lengua del uso corriente se encuentra, entonces, a una cierta distancia del lenguaje específico de la matemática. Esa distancia debe ser salvada por cualquiera que quiera apropiarse de ese lenguaje. En la misma dirección, las investigaciones en el área de la alfabetización académica (Eisenberg 1991, Carlino 2004, Carlino 2009, Carlino 2007) postulan que los textos universitarios de cualquier disciplina tienen un carácter técnico tal que requieren de estrategias de lectura no enseñadas formalmente en los niveles preuniversitarios.

La matemática utiliza un lenguaje específico para hablar de abstracciones. Pero de abstracciones de naturaleza diferente a las corrientes y cotidianas. “Las concepciones de las que nos ocupamos y cuya conexión íntima estudiamos, son ellas mismas producto de un trabajo prolongado del pensamiento matemático y están muy alejadas de los pensamientos que son de uso corriente en la vida”. La cita del matemático Félix Klein (Le Lionnais (comp.) 1976, 19) alude a una de las dificultades propias del lenguaje matemático en niveles avanzados. Las abstracciones se cristalizan tras largos procesos no siempre lógicos, situándose a una distancia considerable de los estímulos y especulaciones que dieron lugar a esas abstracciones. Esa distancia imprime características propias a ese lenguaje, que no solo habla de abstracciones sino que hasta se llega a decir que “la matemática es una forma de lenguaje inventada por los humanos para discutir conceptos abstractos” (Metsisto 2013, 11). La abstracción, siendo un rasgo propio de las ciencias, lo es en especial de las que formulan modelos en el lenguaje de sistemas formales. Las áreas de formación básica de las carreras de ingeniería se ubican en los tramos iniciales del recorrido curricular y comprenden nociones fundamentales del cálculo. Sin embargo, la abstracción no irrumpe aquí por primera vez en la educación formal del alumno, sino que está presente desde la escuela primaria. Con el progreso de la formación, y a medida que se asciende en los niveles, la abstracción es vista como uno de los principales obstáculos y motivo de no pocos fracasos, habiendo llegado a tener muy mala reputación (Sfard 2008, 29, Mitchelmore y White 2007, 1). El salto cualitativo de la abstracción supone al mismo tiempo un salto cualitativo del lenguaje que justifica el calificativo de “extranjero”. ¿Cuál es esa lengua extranjera en el *cálculo* y el *álgebra lineal*? La corriente cognitiva del AMT (*Advanced Mathematical Thinking*) propone un marco conceptual desde el que tratar las dificultades y los tipos de escritura propios de la abstracción en el nivel universitario de matemática.

Muchas de las falencias advertidas en la escritura de los estudiantes universitarios en el área de la matemática avanzada provienen de una confusión acerca de la naturaleza de la abstracción. En ocasiones, de esa confusión participan ciertas recomendaciones de carácter pedagógico que extrapolan la enseñanza de la matemática elemental hacia la enseñanza de la matemática no elemental. Se trata de la distinción entre la abstracción empírica y la abstracción teórica.

2.1. Abstracción empírica

En el lenguaje corriente, posiblemente el sentido más familiar de abstracción no difiere mayormente del ejemplificado con extrema sencillez por Kant en un pasaje de su *Lógica*: “Por ejemplo veo un abeto, un sauce, y un tilo [...] si reflexiono únicamente en lo que tienen de común entre sí [...] y hago abstracción de su tamaño, de su figura, etc., obtengo el concepto de árbol” (2010, 131). Si bien el proceso parece describir con naturalidad el modo en que se alcanza el concepto de árbol, Bertrand Russell advierte que no cabe esperar que tales adquisiciones se alcancen sin un considerable esfuerzo “Debe de haberse tardado largo tiempo en descubrir que una pareja de faisanes y un par de días eran dos ejemplos del número 2; el grado de abstracción que ello implica no es fácil de adquirir” (Russell 1988, 12). En este sentido, nada hay de esencialmente diferente entre el concepto simbolizado por “2” y el que se representa con el término “árbol”, y uno y otro podría entonces quedar condensado en una definición, que retendría lo que ha quedado de ese proceso de abstracción. La definición de árbol como “Planta perenne, de tronco leñoso y elevado, que se ramifica a cierta altura del suelo” convierte a los tilos y abetos kantianos en meros ejemplos, como los días y faisanes de Russell en casos de un concepto. En el sentido indicado, la abstracción no es propia de la matemática en particular, ni siquiera de la ciencia en general sino que podría considerarse el criterio demarcatorio de la humanidad, según la conocida declaración del matemático Le Lionnais: “La aptitud para la *abstracción* nos parece ser la que marca más nítidamente la diferencia entre el hombre y sus vecinos en la escala animal” (1976, 15). Los mismos sustantivos del lenguaje común, con la posible excepción de los nombres propios, son en sí abstracciones que actúan como etiquetas de clases de objetos antes que de individuos, abstracciones a las que se han arribado tras diversas operaciones sobre los objetos percibidos. El lenguaje cotidiano es el vehículo natural de la abstracción empírica, desde su misma construcción en la niñez: cuando el niño aprende a hablar, no aprende a designar cada cosa con una palabra, sino que más bien aprende a identificar en las cosas, a través de las palabras, la posibilidad genérica de uso que los define” (Abbagnano y Visalberghi 2008, 10). Un padre que le enseña a un niño lo que es un gato no recurre a una definición como “relativamente pequeño mamífero carnívoro con uñas retráctiles que emite maullidos [sino más bien a] mostrarle una gran cantidad de gatos diciendo ‘gatito’ cada vez, hasta que adquiera la idea” (Boas 1981, 727).

2.2. Abstracción teórica

Una de las contribuciones que ha tenido mayor impacto en la caracterización de la abstracción en las ciencias, y en particular de las ciencias matemáticas, proviene de Ernst Cassirer y está contenida en dos textos clásicos publicados en la primera mitad del siglo XX (Cassirer 1953, Cassirer 1950). Cassirer comienza por cuestionar la abstracción empírica presentada en el apartado anterior, que entiende ligada a la concepción aristotélica de sustancia. En efecto, dada una colección cualquiera de objetos, lo que de ellos se puede seleccionar como propiedades comunes es prácticamente innumerable, y por lo tanto no está garantizada la posibilidad de escoger aquellas propiedades –y solamente aquellas– que caracterizan y determinan la estructura completa de los individuos que componen esa colección. La garantía de lograrlo provendría solamente de la concepción aristotélica del concepto como sustancia de las cosas, lo que Cassirer denomina el concepto empírico, o *concepto-cosa*. En la abstracción empírica, los conceptos matemáticos son situados en misma clase de los conceptos empíricos, de modo que no cabría distinguir entre la naturaleza del concepto de árbol, o de gato, obtenido por la selección de propiedades comunes a distintos ejemplares, y el concepto de cuadrilátero obtenido por selección de los rasgos comunes a rectángulos, cuadrados, rombos, trapecios... “los conceptos de la ciencia exacta matemática no se hallan en el mismo nivel que los de las ciencias descriptivas, que solo tratan de una superficial clasificación de objetos dados” (Cassirer 1953, 5). La inadecuación de la perspectiva de la abstracción empírica se pone de manifiesto en conceptos como derivada funcional, convergencia de series, para los que no hay una manera evidente de imaginarlos como una selección de propiedades comunes a una colección de objetos: “los conceptos de punto, o de línea, o de superficie, no pueden ser obtenidos como una parte de cuerpos físicos presentes y separados de ellos por

simple ‘abstracción’ [empírica]” (Cassirer 1953, 12). Antes que la neutralidad de la abstracción empírica, que deja intactos los objetos sobre los que abstrae, la abstracción matemática responde a otra naturaleza, ya que “surgen a través de una definición genética estableciendo una conexión *constructiva*, a diferencia de los conceptos empíricos que pretenden meramente copiar ciertas características de un conjunto dado” (12, las bastardillas pertenecen al original). El punto aquí esencial es que los conceptos matemáticos establecidos por las definiciones genéticas no se reducen a delimitar propiedades de objetos dados, sino que crean nuevas realidades con las que, a su vez, es posible operar. La abstracción empírica podría aceptarse como una conjetura acerca del surgimiento del *concepto-cosa*, pero no alcanza para dar cuenta de aquellos conceptos matemáticos que Cassirer denomina “*concepto-relación*”.

Lo que la literatura actual entiende por abstracción teórica se desarrolla en una línea que acepta la crítica de Cassirer: “en esencia, la abstracción teórica consiste en la creación de conceptos para ajustar en una teoría” (Mitchellmore y White 2007, 4). Si la abstracción empírica puede dar cuenta de lo que Vygotsky denomina los ‘conceptos cotidianos o empíricos’, no alcanza para explicar los que el mismo psicólogo llama ‘conceptos científicos’. Una característica esencial del concepto científico, y que lo equipara con el concepto-relación, es su pertenencia a una estructura de relaciones en las que los objetos solo adquieren sus significados en tanto verifican esas relaciones; el concepto teórico, en oposición al empírico, no encuentra una semejanza entre cosas de una colección dada, sino que establece una conexión entre cosas que podrían resultar muy disímiles, siendo esa conexión la que informa en qué consiste el concepto. “El conocimiento científico no es una simple extensión, intensificación y expansión de la experiencia cotidiana de la gente. Requiere de una particular forma de abstraer, analizar y generalizar [...] después de la abstracción teórica un objeto es mentalmente remplazado por otro” (Davydov, 1990, pág. 4). Para Gray y Tall (Gray y Tall 2007) es necesario diferenciar por lo menos las tres funciones gramaticales que dan cuenta de otros tantos significados de la abstracción, que en el inglés original en que se expresan los autores se construye siempre con la raíz *abstract*. Cuando se construye como verbo (*to abstract*) designa un proceso, una acción; cuando funciona como adjetivo es una propiedad (*to be abstract*), mientras que como sustantivo (*an abstract*) es un concepto. Proceso, propiedad y concepto son, entonces, otras tantas significaciones que se corresponden a los usos de abstracción que se maneja en esta teoría. Los conceptos matemáticos son entonces vistos como de tres tipos: “el primero basado en la percepción de objetos, el segundo basado en procesos que son simbolizados o concebidos dualmente como procesos y conceptos (procepto) y un tercer tipo basado en una lista de propiedades que actúan como una definición” (Gray y Tall 2007, 23). Cada uno de estos es una abstracción en sí misma, una imagen mental de un objeto o colección de objetos que son percibidos (por ejemplo, la de pentágono), un proceso mental que llega a ser incorporado como un concepto (el clásico ejemplo del *proceso* de contar que se convierte en el *concepto* de número), un sistema formal (como por ejemplo, la noción de espacio vectorial, que es construido axiomáticamente). El segundo mundo está habitado por los símbolos utilizados para la manipulación de objetos en la aritmética, el álgebra, el cálculo vectorial; comienzan por ser *acciones* (por ejemplo, contar) para luego ser condensadas en conceptos mediante el uso de símbolos que nos permiten alternar sin esfuerzo desde el proceso de hacer matemática al de pensar con *conceptos* matemáticos. El autor lo denomina ‘*proceptual world*’ y también ‘mundo simbólico’, un mundo que es generado mediante sucesivas generalizaciones. El predicado ‘simbólico’ aquí no debe aplicarse a los símbolos en general, como género, sino a la especie de símbolos utilizados en los cálculos algebraicos o numéricos o manipulaciones proposicionales, y por lo general corresponden a acciones sobre los objetos (como podría ser calcular el límite del cociente incremental de una función) que son condensadas y comprimidas en un símbolo como concepto (por ejemplo la derivada). Esta dualidad del símbolo es lo que Tall denomina *procept*: “un símbolo usado dualmente como proceso (tal como la adición) y concepto (tal como la suma) es llamado un *procept* (Tall 2005g, 2). El término ‘*proceptual world*’ proviene de ese vocablo con el que designa la alternancia entre proceso y concepto a través del símbolo.

2.3. Abstracciones y lenguaje

Si el lenguaje propio de la abstracción empírica puede resultar particularmente apto para el aprendizaje de las nociones nuevas, se encuentra menos equipado para la expresión de un conocimiento ya objetivado en abstracciones teóricas. El lenguaje de las abstracciones en este nivel adquiere una formalidad que intenta precisar los objetos elementales a través de *definiciones*, y las redes en las que estos objetos adquieren significado a través de *relaciones*. El lenguaje formal, por otra parte, suele ser confundido en la apreciación de los alumnos, con la expresión simbólica a través de una notación taquigráfica. De hecho, puede escribirse en un lenguaje muy formal sin acudir a ningún símbolo matemático, como también puede escribirse en un lenguaje escasamente formal con solo símbolos matemáticos.

Las diferencias pueden ser ejemplificadas acudiendo a la escritura de dos excelentes libros de texto, referidos al concepto de *función*. Tratándose de una noción clave de la matemática es esperable que las presentaciones tengan una diversidad producto de decisiones tomadas por los autores previamente a la confección del texto tal como puede ser leído.

El texto *A Course of Calculus and Analysis Real* (Ghorphade y Limaye 2006, 14) define formalmente el concepto de función en el habitual lenguaje amplio de conjuntos, que permite indistintamente referirse a funciones entre cualquier par de conjuntos (reales o complejos, escalares o vectoriales, numéricos o abstractos), pero, del mismo modo que el autor del texto anterior, indica que “El concepto de función es de una importancia básica en el cálculo y el análisis real. En esta sección comenzaremos con una descripción informal de este concepto seguida de una precisa definición” (Ghorphade y Limaye 2006, 13). Además de una valoración del peso del tópico en la disciplina, el autor anuncia su intención de separar las aproximaciones (que yacen en el mundo incorporado) al concepto por diversas vías –fundamentalmente gráficas– de la definición misma.

Figura 1. La definición de función en *A Course of Calculus and Analysis Real*

Let D and E be any sets. We denote by $D \times E$ the set of all ordered pairs (x, y) where x varies over elements of D and y varies over elements of E . A **function** from D to E is a subset f of $D \times E$ with the property that for each $x \in D$, there is a unique $y \in E$ such that $(x, y) \in f$. The set D is called the **domain** or the **source** of f and E the **codomain** or the **target** of f .

Fuente: (Ghorphade y Limaye 2006, 14)

El autor define función del siguiente modo: “Dados dos conjuntos D y E , denotemos $D \times E$ el conjunto de los pares ordenados (x, y) con x en D , y en E . Una función de D en E es un subconjunto f de $D \times E$ con la propiedad que para x en D hay un único y en E tal que (x, y) pertenece a f ” (Ghorphade y Limaye 2006, 14), y cuyo original con su tipografía se muestra en la Figura 1.

La función es un claro ejemplo de procepto, con la conjugación de un proceso que es comprimido en la definición formal del concepto. La idea básica que procura captar la reacción experimentada por una variable cuando se hace variar otra, o en palabras de Tall “un propósito de la función es representar cómo cambian las cosas” (Tall 1997a, 289), no queda expresada en la definición, que solo capta la exigencia formal de unicidad de la segunda componente –para cada una de las primeras– de la relación binaria, como requisito para ser aceptada como función. El aspecto de proceso inherente a la función es referido por el autor en los párrafos que siguen a su definición, con notaciones más sugerentes de la acción, tales como $x \rightarrow f(x)$ o también $f: D \rightarrow E$. Si bien la definición es dada con una amplitud que permite cualquier par de conjuntos, el texto prosigue restringido a las funciones escalares. El tipo de abstracción se mantiene en el nivel proceptual, y la dualidad simbólica se explota en el *cálculo* utilizando el símbolo f para el objeto función (esto es la terna D, E, f), y también (impropiamente) $f(x)$.

Figura 2. La definición de función en *Un invito all'Algebra*

Definizione 1.5.1 Si dice *funzione* o *applicazione* di A in B una relazione f di $A \times B$ tale che,

$$\forall a \in A, \text{ esiste uno e un solo } b \in B \text{ per cui } afb.$$

Fuente: (Leonesi y Toffalori 2006, 12)

Una vez que la definición de función ha ingresado de lleno en el mundo formal, hasta llega a perder el enfoque que podría esperarse debido al contexto del área temática en el que reside. Una prueba de ello es la comparación de las definiciones entre un texto de *cálculo*, como el precedente, y la que puede leerse en el texto *Un invito all'Algebra* que lo expresa de este modo: “se llama función o aplicación de A en B a una relación f en $A \times B$ tal que para todo a en A existe solamente un elemento b en B tal que el par (a, b) pertenece a f ” (Leonesi y Toffalori 2006, 12). La Figura 2 muestra los recursos tipográficos utilizados en el texto original. Tras la formalización ya no queda rastro alguno de conexiones intuitivas que permitan aplicar el calificativo de ‘razonable’ a la definición adoptada, esto es alguna pista de por qué puede resultar conveniente separar del universo de la relaciones, aquellas que cumplen la condición adicional del último párrafo; el concepto presentado en el mundo perceptual como un modelo de regla de conversión de señales de entrada en respuestas de salida a través de la función, permite traducir la exigencia de la definición en no permitir que a un dado estímulo no se siga ninguna respuesta (esto es, que a cada elemento del dominio le corresponda, a través de la función, un elemento en el conjunto de llegada). Desde luego, ya es evidente que la posibilidad de leer de modo significativo la definición requiere que uno de los conceptos allí mencionados –el de relación– ya haya sido encapsulado por el lector entre sus conocimientos previos después que los autores los presentaran previamente en la definición correspondiente reproducida en la Figura 3 [Sean los conjuntos A y B . Se llama *relación* de A en B a un subconjunto de $A \times B$].

Figura 3. La definición de relación en *Un invito all'Algebra* (Leonesi y Toffalori 2006, 11)

1.4 Relazioni

Definizione 1.4.1 Siano A, B insiemi. Si chiama *relazione* di A e B un sottoinsieme R di $A \times B$.

Fuente: (Leonesi y Toffalori 2006, 11)

Gilbert Strang, profesor del MIT de prestigio internacional, elige una introducción al concepto de función que se aprovecha plenamente del mundo de las percepciones, comenzando por hablar informalmente de la velocidad para luego escribir que “este ejemplo nos familiariza con una idea crucialmente importante: el concepto de una “*función*”. Aprovechamos esta magnífica oportunidad para explicar funciones: *El número $v(t)$ es el valor de la función v en el instante t* . El tiempo t es la *entrada* a la función. La velocidad $v(t)$ en el instante t es la *salida*” (Strang 2009, 4). La tipografía en la lengua original se muestra en la Figura 4.

Figura 4. Introducción intuitiva del concepto de función en el texto *Calculus*

This forward-back example gives practice with a crucially important idea—the concept of a “*function*.” We seize this golden opportunity to explain functions:

The number $v(t)$ is the value of the function v at the time t .

The time t is the *input* to the function. The velocity $v(t)$ at that time is the *output*.

Fuente: (Strang 2009, 4)

En la presentación de Strang, la definición formal de pares es relegada a un segundo momento y en la categoría de una nota en el texto, pero la considera “demasiado pasiva” (Strang 2009, 5), esto es que en el momento de la presentación, está más interesado en el aspecto dinámico del proceso, que en el carácter estático del concepto, ya tomado como concepto listo para actuar como argumento de entrada a otros procesos.

En cualquier caso, la naturaleza de la abstracción se ubica plenamente en la zona de la abstracción teórica, y el concepto mismo es, en el lenguaje de Cassirer del tipo de *concepto-relación*, que no procede de una abstracción empírica como en un *concepto-cosa*, sino que es construido en la misma definición. Para la noción de *función* no se trata de hallar algo en común entre una batería de objetos y separar ese rasgo para establecer la definición; por el contrario el concepto tiene un origen relativamente reciente – siglo XIV la versión arcaica de Oresme– a la que no se llegó sino tras un intrincado camino en la historia de la matemática en los que solo al principio puede hablarse de una abstracción empírica, pero en cualquier caso combinada con una abstracción teórica (G. Schubring 2012, G. Schubring 1987, D'Hombres 1984, Dahan-Dalmedico y Pfeiffer 1986).

La sintaxis y la gramática del lenguaje que se utiliza en el *cálculo* tiene, entonces, suficientes rasgos peculiares como para constituirlo en una lengua propia, bastante distante de las prácticas cotidianas. El esmero de muchos libros de texto por presentar múltiples perspectivas de un mismo objeto matemático puede resultar estéril, si al mismo tiempo no hay un reconocimiento de la singularidad propia de ese lenguaje por parte del lector.

Para que el estudiante pueda escribir con una formalidad mínima, debe ser capaz de distinguir entre los recursos que un autor utiliza para aproximar al lector a un concepto, y la definición formal de ese concepto.

2.4. Escribir –leer– en la era de Internet

Hacia la década de 1960 ya se caracterizaba la incipiente transición de la cultura de la imprenta a la *cultura electrónica* como una ruptura que iniciaba una nueva era: vivimos una nueva era para la que el significado de la cultura de la imprenta se está haciendo tan extraño como el significado de la cultura del manuscrito lo fue para el siglo XVIII” (McLuhhan 1993, 150); cinco décadas después, la observación a aumentado su fuerza. Los rasgos propios de los que McLuhan llamaba era electrónica no han hecho sino volverse más nítidos en la era de internet. En el actual contexto de la sociedad del conocimiento y con la introducción de las tecnologías de la información y el consecuente descentramiento del eje letrado, las conjeturas acerca del futuro de libro van desde su extinción hasta su eternidad, pasando por cierto grado de convivencia con los formatos digitales (Eco 2006, 156, Cano 2010, 83-102). La lectura y escritura, hoy multidimensional y con mayor libertad de escoger distintos itinerarios, supone una creciente exigencia cognitiva, para poder poner en contexto la multiplicidad de la información que debe procesar. Una condición necesaria –e insuficiente– para la *alfabetización digital* es la *alfabetización en la lectura y escritura*³, dado que uno de los usos más intensivos del ordenador como manipulador de símbolos (no icónicos) no es sino una técnica de escritura; el ordenador como manipulador de percepciones no tiene posibilidad de sustituir una alfabetización en la lectura, no resultando entonces eficaces como sustitutos de los libros de texto (Littau 2008, 94-95, Busaniche 1997, 52, Palamidessi, y otros 2006, 92-94).

La escasa presencia de cursos de escritura en la universidad proviene, posiblemente, de presuponer la capacidad lectora, dado todos necesitan leer y escribir en su cotidiano mundo digitalizado: “Con internet hemos vuelto a la era alfabética. Si alguna vez pensamos que habíamos entrado en la civilización de las imágenes, pues bien, el ordenador nos ha vuelto a introducir en la galaxia Gutenberg⁴ y todos se ven de nuevo obligados a leer” (Eco y Carrière 2010, 20). El reingreso forzoso, –e intensificado– en la era alfabética como lo describe Umberto Eco es complementado por una nueva cualidad en las formas de lectura, ya que el alfabeto mismo es el que ha sido alterado, tal como añade Jean-Claude Carrière: “nunca hemos tenido más necesidad de leer y escribir que en nuestros días. No podemos siquiera usar un ordenador si no sabemos leer y escribir. Y, además, de una forma más compleja que antaño, porque hemos integrado nuevos símbolos,

nuevas claves. Nuestro alfabeto se ha ampliado. Resulta cada vez más difícil aprender a leer” (Eco y Carrière 2010, 23). Los textos son omnipresentes, “el mundo de la era electrónica es un mundo de sobreabundancia textual, cuya oferta desborda la capacidad de apropiación de los lectores” (R. Chartier 2005a, 203).

Con ser estas observaciones generales válidas, no son, sin embargo, una autorización suficiente para la prescindencia de las universidades en materia de lectura y escritura. El fenómeno de la lectura en la era de internet está atravesado por la doble condición: se lee y escribe *más*, a la vez que se lee y escribe *distinto*. A lo que cabría añadir que *lo que se lee* y lo que se escribe es de distinta naturaleza. Siendo verdad que la escritura es parte de la cultura de internet, es falso que eso baste para presuponer competencias lectoras de cualquier material textual, en cualquier formato y en cualquier contexto; la capacidad de leer algo no es equivalente a la capacidad de leerlo todo. Si bien no hay un impedimento insalvable para la lectura de textos corrientes, los textos específicos tienen sus propios códigos de acceso; la frase “ya nadie impide la lectura, a no ser los mismos textos” (Poulain 2004, 49) pone el foco en la naturaleza del texto mismo y alerta de que no ha un texto sino diversos textos, cada uno de ellos con sus propias demandas de competencias lectoras. La misma autora vuelve la atención a los formatos cuando observa que “el nuevo espectro que acosará a las sociedades modernas es el del no lector, incluso el del iletrado, que se transforma a comienzos del siglo XXI en el anticipo de otro personaje importante: el lector de escritos sumergidos en una masa de pantallas tan volátiles como insípidas” (*Ibidem*, pág. 17). Las lecturas en esas mismas pantallas exigen de una técnica que se aleja mucho de la requerida para leer un libro en el formato tradicional, y se asemeja más a la utilizada antes de la aparición del *codex*⁵. El iletrismo es un fenómeno que también se predica de una disciplina específica, como el de la matemática, para lo que basta tomar en cuenta los resultados de PISA, que define la alfabetización matemática como la capacidad de un individuo para identificar y comprender el rol que la matemática juega en el mundo, haciendo estimaciones justificadas que le permitan utilizar la matemática para tomar decisiones simples basadas en algún cálculo en su vida cotidiana (PISA 2006, 12).

Si es verdad que el mundo electrónico está impregnado de una densa textualidad, presenta a la vez una escisión con los modos tradicionales de lectura y escritura que transitan el aprendizaje y la evaluación en las universidades, y los autores han señalado al menos tres dimensiones de esa brecha. “Así, en cuanto al orden de los discursos, el mundo electrónico provoca una triple ruptura: propone una nueva técnica de difusión de la escritura, incita a una nueva relación con los textos e impone a éstos una nueva forma de inscripción” (R. Chartier 2005a, 207). El lector del mundo electrónico debe moverse con estrategias de lectura que difieren sustancialmente de las que utiliza el lector tradicional. El mismo autor puntualiza las diferencias remarcando que “la originalidad y la importancia de la revolución digital estriba en que obliga al lector contemporáneo a abandonar todas las herencias que le han dado forma, ya que el mundo electrónico ya no utiliza la imprenta, ignora el ‘libro unitario’ y es ajeno a la materialidad del *codex*” (*Ibidem*, págs. 207-208). Los textos en el mundo digital se multiplican, pero la rapidez con la que es preciso procesarlos está varios órdenes por encima de la lentitud que reclama la lectura de un libro de texto de nivel universitario. Lo que ha dado en llamarse *lectura instantánea* estaría avanzando por sobre la lectura profunda: “la lectura instantánea podría a corto plazo ocupar la totalidad del tiempo de quien quisiera leer todos los mensajes de su correo electrónico” (A.-M. Chartier 2004, 196). No solo los tiempos dedicados a lecturas instantáneas son ampliados, sino que también las estrategias de lectura concentrada en niveles profundos son inútiles para ese tipo de lecturas, pues “la cantidad de textos intercambiados se vuelve exponencial y, en consecuencia, el tiempo empleado en la lectura se incrementa (y llegado el caso, en escribir la respuesta). Así pues, se vuelven cada vez más necesarias las estrategias de clasificación, de tiempos de respuesta, de no lectura e incluso de olvido” (A.-M. Chartier 2004, 196).

El desempeño de un lector entre pantallas, exige también la integración de registros no textuales; entre éstos, los más frecuentes son las imágenes, que de auxiliares de un discurso pueden pasar a ser su elemento principal; el aforismo medieval *pictura est laicorum literatura* que refería a las prácticas de *escripción*⁶ (Petrucci 2003, 42) accesibles a la lectura de los analfabetos (R. Chartier 2005b, Colla 2010, Chartier y Cavallo 2004, Vignaux 1999, Lyons 2012) es trasladado por Eco a la multitud de iconos creados para la navegación, cuya profusión bien podría crear una suerte de “*analfabetismo di ritorno*” (Eco 2006, 173)⁷.

El formato del libro de texto tradicional supone prácticas de lectura que se encuentran muy alejadas, según estas consideraciones, de las que son fomentadas por las intensas prácticas de lectura y escritura en la red. Sin necesariamente convalidar la posición que se dado en llamar *determinismo tecnológico*⁸, pueden resumirse algunos de los rasgos que contribuyen a desplegar ese distanciamiento. “En el pasado fui un buzo en un mar de palabras. Ahora me deslizo por la superficie como un tipo en una moto acuática” (Carr 2011, 19), es una frase que pretende sintetizar la diferencia entre dos tipos de lectura en la contraposición: profunda–superficial. Un libro universitario reclama un elevado nivel de intimidad y concentración (Steiner 2007, 64) que no sería propio de estudiantes del siglo XXI que “ya no tendrían el reflejo espontáneo de leer y les sería dificultoso hacerlo en soledad” (A.-M. Chartier 2004, 110)⁹. Leer textos universitarios en general, y de la especie de los matemáticos en particular “significaba practicar un proceso antinatural de pensamiento que existía atención sostenida, ininterrumpida, a un solo objeto estático” (Carr 2011, 84) que resulta todavía menos ‘natural’ si se lo compara con las prácticas habituales para navegar el hipertexto, que requieren más bien habilidades de búsqueda y selección de fragmentos de información ya no en un texto unitario sino en una masa de textos cuya única conexión resulta del itinerario seguido por el navegante en la superficie de ese mar textual; “la lectura frente a la pantalla es generalmente una lectura discontinua, que busca, a partir de palabras claves o de rúbricas temáticas, el fragmento textual del cual quiere apoderarse [...] sin que necesariamente sea percibida la totalidad textual que contiene este elemento” (R. Chartier 2005a, 207)¹⁰.

Un rasgo añadido al de la fragmentación del texto es la fragmentación de las tareas mismas, conocido como *multitarea*¹¹; las conclusiones de estudios con estudiantes de la Universidad de Stanford refieren que “Las personas habituales de la multitarea creen que son buenas haciendo varias cosas a la vez, pero el estudio les contradice, son peores en cada una de las áreas cognitivas necesarias para la multitarea” (Somoza Rodríguez 2012, 587)¹². La pérdida de rendimiento debido a la multitarea es potenciada por lo que se ha llamado la *sobrecarga cognitiva* que supone para un navegante la constante necesidad de enfocar la atención sobre los sucesivos trozos de información que se van sucediendo a medida que atraviesa el hipertexto; en efecto, se observa “la existencia de una correlación muy estrecha entre el número de vínculos y la desorientación por sobrecarga cognitiva [...] La lectura y la comprensión exigen el establecimiento de relaciones entre conceptos, hacer inferencias, activar conocimientos previos y sintetizar ideas fundamentales. La desorientación por sobrecarga cognitiva puede interferir con las actividades cognoscitivas de la lectura y escritura (Carr 2011, 159). La multitarea es ubicada entre las características esenciales de la *generación multimedia*, a la que pertenecen los adolescentes del principio del siglo XXI: “los jóvenes de hoy miran televisión, escuchan música, hablan por celular y navegan por internet... todo al mismo tiempo” (Morduchowicz 2008, 12).

La desorientación por la transición de la cultura del manuscrito a la de la imprenta es comparada con la actual: “como nuestros antepasados de la Baja Edad Media, hoy nos encontramos entre dos mundos tecnológicos. Después de 550 años, la imprenta y sus productos se están viendo desplazados del centro de nuestra vida intelectual hacia sus márgenes” (Carr 2011, 19). Pero, aunque se acepte la realidad de ese desplazamiento hacia los márgenes, debe decirse que su magnitud no es pareja; por ejemplo, los libros de texto no están en los márgenes de las bibliografías universitarias, ni están en los márgenes de las investigaciones que siguen concediendo un lugar central al libro de texto. Se sigue que este diferencial de desplazamientos introduce una gran dificultad a que el estudiante pueda aprender de los textos leyéndolos y, todavía mayor, dar cuenta de sus aprendizajes escribiendo.

Los libros también son expulsados a los márgenes mediante ciertas concepciones unilaterales de la lectura que pueden ser corrientes en la escuela media, entre las que se encuentra la fórmula *busquen en internet* al limitar las búsquedas a un solo formato, “deja fuera el mundo de los libros, los textos impresos, con las dificultades que ello conlleva. Es cada vez más frecuente que, habituados a las búsquedas virtuales, chicos y jóvenes desestimen o desconozcan saberes vinculados a la lectura en enciclopedias o libros impresos: cómo buscar información en un índice, cómo manejarse con un listado de bibliografía, con la referencias que aparecen en los prólogos, entre otras, que suponen aprendizajes necesarios para un lector” (Cano 2010, 111). Si el texto en internet puede considerarse como una gigantesca base de datos, y se acepta que en sus

navegaciones en pantalla los lectores “más que el acto de lectura, los internautas retoman de clic en clic su papel de telespectadores con control remoto, cambiando de canal, según sus gustos (o su aburrimiento)” (A.-M. Chartier 2004, 200), se sigue que es muy difícil que ese mismo internauta conciba el libro de texto como un todo organizado con el material cuidadosamente dispuesto según un orden lógico, con dispositivos propios de navegación y convenciones específicas para distinguir las funciones de los distintos segmentos de prosa.

En este panorama general y con estas condiciones contextuales, ignorar el problema de la lectura de libros de texto en el nivel universitario equivale a descargar sobre los estudiantes que ingresan la responsabilidad de resolverlo. La actividad de leer implica procesos entre los que se menciona la recuperación de información previa, la formulación de hipótesis sobre lo que se va a leer, la adjudicación de sentido de modo dinámico con el avance de la lectura (Narvaja de Arnoux, Di Stefano y Pereira 2009, 8). Sólo un desarrollo de estas capacidades permite, a su vez, la producción de documentos escritos por los mismos alumnos, en la medida en que aprender a escribir, en el ambiente universitario, está implícito en el aprender a leer (Fernández Bravo y Torres 2003, 143-146). “Millones de graduados universitarios con un nivel de ingresos superior al promedio de la población no son grandes lectores [...] El problema del libro no está en los millones de pobres que apenas saben leer y escribir, sino en los millones de universitarios que no quieren leer” (Zaid 2010, 55). El sujeto colectivo de la afirmación “Para algunas personas, la idea de leer un libro se ha vuelto algo anticuada, incluso tonta” (Carr 2011, 21) incluye una gran porción de graduados universitarios de todos los niveles¹³. La propuesta de este curso intenta ir en el sentido opuesto de esta corriente, al parecer muy generalizada. Por el contrario, en este curso se reconoce que son los códigos propios del texto escrito de matemática, compuesto por “figuras geométricas, símbolos algebraicos, sintaxis matemática, esquemas, gráficos, vinculados con herramientas de pensamiento complejas, los que pueden constituir un objetivo de enseñanza [...] Evidentemente, las concepciones de los alumnos referentes al ‘significado’ de la situación y las formulaciones que están vinculadas con él, se encuentran lejos de las de los expertos que proponen o utilizan el lenguaje. En consecuencia, el choque con esas consecuencias instala un problema de aprendizaje delicado, a menudo subestimado” (Johsua y Dupin 2005a, 282). En el interés de no subestimar este problema surge la propuesta de este curso.

3. El curso

De los puntos anteriores surge el carácter de esta propuesta. El objetivo general del curso es dotar al estudiante de la competencia necesaria para organizar sus escritos cumpliendo los estándares mínimos usualmente exigidos en las evaluaciones de sus aprendizajes. Se propone alcanzar ese objetivo a través de cinco clases de cuatro horas cada una.

La primera mitad de la clase los profesores desarrollan algunos temas específicos del *cálculo* o del *álgebra*, señalando mientras los alumnos toman las notas que les parecen pertinentes. Tras un intervalo de media hora, los profesores proponen ejercicios diseñados para evaluar la escritura a través de contenidos de abstracción similar a la de los cursos corrientes. Al finalizar la clase, los profesores recogen el material escrito por los alumnos (en la primera clase las notas de clase y los ejercicios, en las siguientes los ejercicios) del que harán una devolución y discusión en la clase siguiente, que replica la estructura de la anterior, iniciando con la devolución. La última clase replica el ambiente de una evaluación escrita, se proponen ejercicios que son luego corregidos y evaluados por profesores y pares. El material de las clases quedará disponible en la página web del curso. Se describe con algún nivel mayor de detalle la clase 1 para mostrar la estructura que luego es replicada en las siguientes.

3.1. Clase 1

Se explican las distintas funciones de los segmentos de prosa, basados en la distinción básica entre matemática pura (definiciones, teoremas y pruebas) y metamatemática (ejemplos, ejercicios de aplicación, observaciones, notas históricas...) y los diferentes registros en que pueden aparecer ambas (simbólicos,

gráficos, aritméticos, verbales...). Se explican además que los teoremas reciben distintos nombres (resultado, lema, proposición, corolario) según su posición y peso relativo en el discurso, de modo que un mismo enunciado puede ser llamado en un texto teorema y en otro lema, y a veces en un mismo texto). Los profesores remarcan estas funciones en su misma exposición que es una combinación oral-textual que es transformada en texto a través de las notas de los alumnos. La clase recorre todos los segmentos, a la vez que desarrolla algunas nociones del *cálculo*.

- (a) Definición de *norma* euclídea en $\mathbb{R}^n$ y de *distancia* inducida $d(x, y) \stackrel{\text{def}}{=} \|x - y\|$. Observaciones a las definiciones. Ejemplos del cálculo de normas y distancias. Definición de *bola* de centro x_0 y radio $a > 0$, $B_a(x_0) \stackrel{\text{def}}{=} \{x \in \mathbb{R}^n: d(x, x_0) < a\}$. Observaciones acerca de que la escritura está blindada a la dimensión n (se escribe igual) en una compresión de la información que oculta diferencias (se ve muy distinto). Ejemplos de cómo se manifiesta esa distinción en el registro gráfico (y cómo ese mismo registro se extingue al aumentar n). Observaciones de que las bolas es un nombre genérico cuyas especies tienen sus propios nombres (intervalo, círculo...). Se enuncian y prueban algunas proposiciones inmediatas en al menos dos registros: $\forall x \forall y \in \mathbb{R}^n: d(x, y) = d(y, x)$ [“la distancia euclídea entre dos puntos cualesquiera del espacio erre-ene es la misma, cualquiera sea el orden en que se consideren” o varias del estilo], si x e y de erre-ene son tales que $d(x, y) = 0$ entonces debe ser $x = y$ [o “el único elemento que se encuentra a distancia nula de uno dado es él mismo”...]. Se enuncia pero no se prueba (se cuenta que la prueba reside naturalmente más en el álgebra que en el cálculo) que $\forall x \forall y \forall z \in \mathbb{R}^n: d(x, y) \leq d(x, z) + d(z, y)$. Se expresa esto mismo sin pérdida de precisión en el lenguaje corriente, para observar el poder de compresión de la escritura simbólica y su mayor claridad [algo como “en el espacio euclídeo erre-ene la distancia entre dos puntos cualesquiera no es mayor que la suma de las distancias entre cada uno de esos puntos y un tercero cualquiera”]. Se lo enuncia también en un lenguaje menos preciso, observando que ese modo de hablar no es infrecuente, y hasta está presente en los textos, pero solo para aludir rápidamente a un resultado ya conocido o para introducir una idea informal, nunca para *reemplazar* su enunciado [algo como “el lado de un triángulo es menor que la suma de los otros dos”]; se discute el porqué se llama impreciso este enunciado con, por ejemplo, un triángulo degenerado, además de la objeción de que sería necesario que se entendiera qué cosa es un triángulo en erre-ene, esto es que *ya* se hubiera definido previamente]. Se ‘representa’ la desigualdad mediante un dibujo. Se definen *punto interior de un conjunto*, *punto frontera de un conjunto*, *conjunto abierto*, *conjunto cerrado*. Se dan ejemplos, se hacen observaciones. Se define la frontera ∂A de un conjunto A . Se define la clausura $\bar{A}$ de un conjunto A . Se enuncia una proposición simple y se la prueba en detalle [por ejemplo la proposición: “todo punto de un conjunto A es o bien interior de A o bien frontera de A , pero no ambos”] cuidando de señalar el lenguaje de las pruebas. Marcando dónde se inicia la prueba, dónde termina la prueba. Se prueba que una bola es un conjunto abierto: aquí se muestra que el argumento de la prueba *admite* (sin necesidad de probarlo allí) la desigualdad triangular, invocándola con un breve pero preciso enunciado). Se define *conjunto convexo* (aquí se muestra que la definición de conjunto convexo exige la definición previa de *segmento*, o bien que debe incluirla en la definición, haciéndola más larga).
- (b) Se define ahora una *norma* no euclídea en $\mathbb{R}^n$ (como por ejemplo $\|x\| \stackrel{\text{def}}{=} \max\{|x_k|, k = 1, 2, \dots, n\}$) y su correspondiente *distancia* inducida $d(x, y) \stackrel{\text{def}}{=} \|x - y\|$, y se rehacen las partes del desarrollo del punto (a) que se consideren instructivos para la escritura (y se muestra que si bien algunos aspectos *visuales* son muy diversos –bolas cuadradas, por ejemplo– muchas cuestiones formales no se alteran –abierto con la primera métrica son abiertos con la segunda–). Nuevamente se presentan ejemplos, observaciones, representaciones gráficas.

- (c) En la segunda parte se les entrega tres tareas. Siendo los formatos parte de la escritura misma la realización de la tarea se hace sobre la misma hoja lisa. También se les pide que la organización de los espacios y disposiciones funcionales sean las que consideren adecuadas para facilitar la lectura.

C1T1. *Demostrar* que el conjunto del plano dado por $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2: x_1 > 0\}$ es un conjunto *abierto y convexo* tanto con la métrica euclídea como con la métrica del máximo. Organizar la prueba en tantas partes y registros como se considere conveniente para su mejor comunicación (por ejemplo, podría decidirse acompañar la argumentación textual o simbólica con un gráfico del conjunto A y de los objetos que se definen en el transcurso de la prueba).

C1T2. Juzgar la validez de cada una de las siguientes proposiciones, con las debidas justificaciones. (1) Todo conjunto convexo es abierto. (2) La unión de dos cualesquiera conjuntos convexos es un conjunto convexo. (3) Si A y B son dos conjuntos cualesquiera de $\mathbb{R}^n$ se cumple que $\partial(A \cup B) = (\partial A) \cup (\partial B)$. (4) Todo punto interior de un conjunto pertenece a ese conjunto, y recíprocamente. (5) La clausura de cualquier conjunto es un conjunto cerrado.

C1T3. Escribir el enunciado de un ejercicio en el que intervengan –al menos– las nociones de convexidad e interior. Una vez enunciado, resolverlo detalladamente.

3.2. Clase 2

Se inicia con la devolución de los escritos de la clase anterior, momento oportuno para introducir las observaciones generales que se aplican a cualquier documento con la pretensión de universitario, añadiendo las que son específicas del lenguaje de la matemática y, por último, las que ya son propias del tema en particular estudiado. Se muestra la forma en que el autor de un texto de matemática resolviera la tarea C1T1 y se la comenta. En este segmento los profesores se encargan de subrayar cuáles de las cosas que encontraron en las tareas no son aceptables en el discurso matemático.

Figura 5. Una parte de la tarea C1T1 en un libro de texto

EXAMPLE 1 Prove that $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x > 0\}$ is an open set.

SOLUTION The set is pictured in Figure 2.2.4.

Intuitively, this set is open, because no points on the “boundary,” $x = 0$, are contained in the set. Such an argument will often suffice after one becomes accustomed to the concept of openness. At first, however, we should give details. To prove that A is open, we show that for every point $(x, y) \in A$ there exists an $r > 0$ such that $D_r(x, y) \subset A$. If $(x, y) \in A$, then $x > 0$. Choose $r = x$. If $(x_1, y_1) \in D_r(x, y)$, we have

$$|x_1 - x| = \sqrt{(x_1 - x)^2} \leq \sqrt{(x_1 - x)^2 + (y_1 - y)^2} < r = x,$$

and so $x_1 - x < x$ and $x - x_1 < x$. The latter inequality implies $x_1 > 0$, that is, $(x_1, y_1) \in A$. Hence $D_r(x, y) \subset A$, and therefore A is open (see Figure 2.2.5). ▲

Fuente: (Marsden y Tromba 2003, 109)

Se inicia con la devolución de los escritos de la clase anterior, momento oportuno para introducir las observaciones generales que se aplican a cualquier documento con la pretensión de universitario, añadiendo

las que son específicas del lenguaje de la matemática y, por último, las que ya son propias del tema en particular estudiado. Se muestra la forma en que el autor de un texto de matemática resolviera la tarea C1T1 y se la comenta. En este segmento los profesores se encargan de subrayar cuáles de las cosas que encontraron en las tareas no son aceptables en el discurso matemático escrito. En el resto de esta clase se propone mostrar el modo algo más parco que adopta el lenguaje algebraico, tocando algunas nociones primitivas y otras derivadas del *álgebra de grupos*. Como en la clase anterior, se trabaja sobre la escritura controlando que las argumentaciones se mantengan ajustadas a lo que se entiende como una justificación, por lo que se tocan temas muy próximos a las definiciones, sin abundar en resultados ya *encapsulados*. Se busca así insistir en que “una vez definido un concepto, para probar algo respecto a dicho concepto, se *debe* usar la definición como parte de la demostración. *Inmediatamente después de definir un concepto, la definición es la única información disponible acerca del concepto*” (Fraleigh 1982, 1). Y cuáles son los recursos de escritura para alcanzarlo.

- (a) Se define la *ley de composición interna* $*$ en un conjunto A y se dan unos cuantos ejemplos. Se define la *conmutatividad* y *asociatividad* de $*$, se dan ejemplos. Se muestran leyes mal definidas (esto es, no definidas en absoluto) aunque la escritura ‘parezca’ hacerlo [por ejemplo en el conjunto de alumnos A ‘definir’ $x * y \stackrel{\text{def}}{=} z$, siendo z el alumnos más bajo en A que es más alto que x e y (Fraleigh 1987, 15)]. Se define la estructura de *grupo* $(G, *)$ y de grupo *abeliano*. Se muestran y discuten ejemplos de grupos finitos y no finitos. Se muestra cómo introducir una ley de composición en un conjunto finito en un registro tabular. Se define *subgrupo*. Se trabajan algunos ejemplos como $\mathbb{Z}_n$. Se prueban proposiciones sencillas. Se define homomorfismo entre grupos, y núcleo de un homomorfismo se dan ejemplos. Se demuestra que el núcleo de un homomorfismo es un subgrupo del grupo de partida.
- (b) Se explica la inducción matemática, asegurándose que resulte claro que –sin importar su nombre– se trata de una deducción. Se prueba la expresión que permite sumar los primeros n números naturales. Finalmente, las tareas.

C2T1. *Demostrar* que en un grupo hay solo un elemento neutro, y que cada elemento del grupo tiene solamente un elemento inverso. *Demostrar* además que en un grupo con la ley $*$ la ecuación lineal en la incógnita x dada por $a * x = b$ tiene solución única. (Explicitar en estas demostraciones las justificaciones de cada una de las igualdades que se introduzca).

C2T2. Esta tarea está tomada íntegramente de un libro de texto (Fraleigh 1987, 28) y consiste en criticar la escritura de cuatro alumnos de la University of Rhode Island. “Las siguientes ‘definiciones’ de grupo, que deberán criticarse, se han reproducido literalmente, incluyendo ortografía y puntuación, de los exámenes de algunos alumnos

I. Un grupo G es un conjunto de elementos junto con una operación binaria $*$ tal que se satisfacen las siguientes condiciones

$*$ es asociativa

Existe $e \in G$ tal que

$$e * x = x * e = \text{identidad}$$

Para toda $a \in G$ existe un a' tal que

$$a \cdot a' = a' \cdot a = e$$

II. Un grupo es un conjunto G tal que
La operación en G es asociativa.
Existe un elemento identidad e en G .
Para toda $a \in G$ existe un a' (inverso para cada elemento)

III. Un grupo es un conjunto con una operación binaria tal que
Está definida la operación binaria
Existe un inverso
Existe un elemento identidad

IV. Un conjunto G se llama grupo sobre la operación binaria $*$ tal que para todas las $a, b, \in G$
Operación binaria $*$ es asociativa bajo la suma
Existe un elemento $\{e\}$ tal que

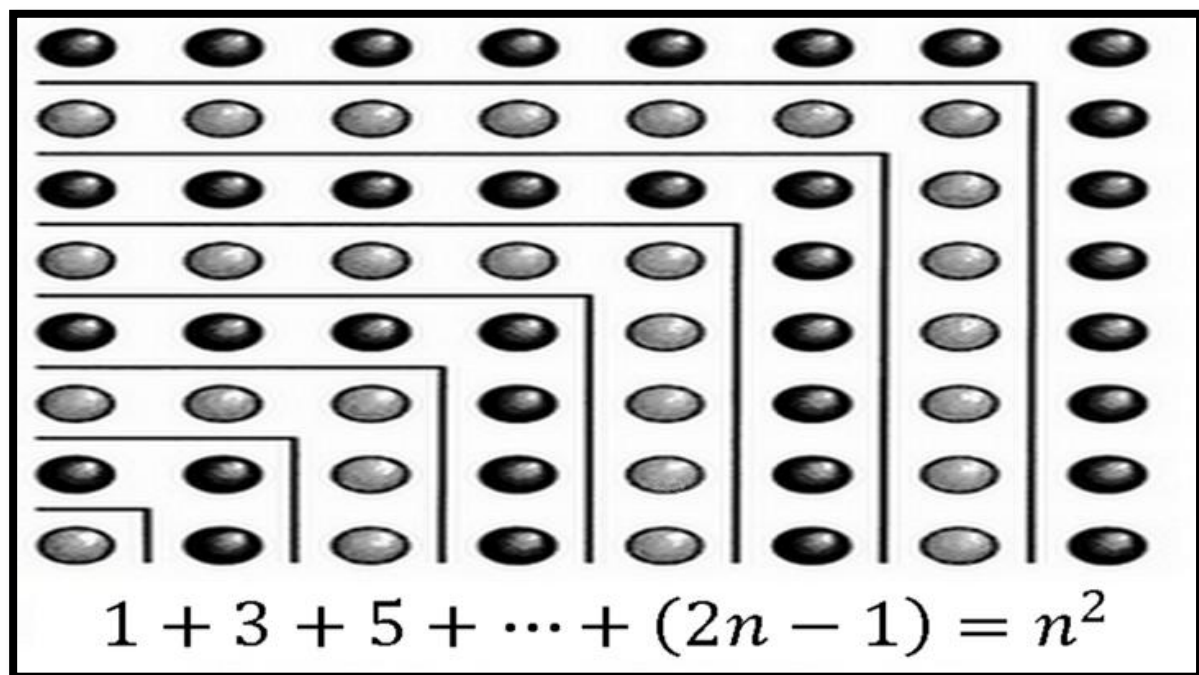
$$a * e = e * a = e$$

Para todo elemento a existe un elemento a' tal que

$$a * a' = a' * a = e$$

C2T3. La figura muestra una visualización en un registro gráfico que muestra un resultado que en el registro aritmético. La tarea consiste en hacer una demostración por inducción completa del resultado y discutir –por escrito– si la figura sola podría ser considerada ya una demostración que hiciera superflua la prueba por inducción.

Figura 6. Visualización de la suma de números impares



Fuente: (Nelsen 1993, 70)

3.3. Clase 3

Se inicia con la devolución de las tareas de la clase anterior, aprovechando la ocasión para mostrar que una escritura errática como las consignadas en la tarea C2T3 muestran directamente la imposibilidad de aceptarla como testimonio de un aprendizaje genuino (observar en particular IV, que escribe indistintamente $\{e\}$ y e como si pudiera ser a la vez un conjunto unitario y un elemento. En esta clase se trabajan algunas cuestiones elementales de transformaciones lineales.

Se define una *transformación lineal* entre dos espacios vectoriales (basta decir que el $\mathbb{R}^n$ que los alumnos tienen del CBC es una especie de un género más amplio). Se define *núcleo* e *imagen*. Se prueba que la composición de transformaciones lineales es una transformación lineal. Se prueba que una TL es inyectiva si su núcleo es trivial y se muestra aquí el cuidado en la escritura para establecer si está probando el directo o el recíproco. Se definen *autovalores* y *autovectores* de un operador. Se dan algunos ejemplos. Se prueba que los operadores no inyectivos tienen al escalar 0 como autovalor, con su núcleo como autoespacio asociado. Se dan ejemplos de operadores sencillos en $\mathbb{R}^3$ (tal como la proyección sobre un plano).

C3T1. *Probar* la siguiente proposición: “si T es una transformación lineal del espacio vectorial V sobre el espacio vectorial W , el transformado del vector nulo de V es el vector nulo de W ”. Escribir esta misma proposición en notación simbólica. Utilizar este resultado para *probar* que el núcleo de una transformación lineal no es vacío (esto es exhibir que en el núcleo siempre hay al menos un elemento, cuidando de no omitir nada en la prueba). Dar un ejemplo de una transformación lineal no inyectiva, y *probar* que efectivamente no lo es.

C3T2. Las siguientes ‘definiciones’ son incorrectas (en el sentido que nada definen, o no definen lo que pretenden) y las afirmaciones son falsas. Analizar y corregir –de ser posible– las intenciones de los autores al proponer estas definiciones ficticias; en el caso de las proposiciones, probar su falsedad por el medio que corresponda.

- I. Un número λ es autovalor de una transformación lineal T si $T(x) = \lambda x$.
- II. x es un autovector de la transformación lineal T si $T(x) = \lambda x$, para algún escalar λ en el cuerpo sobre el que se estructura el espacio vectorial donde esta definida T .
- III. Los autovectores asociados a un autovalor de una transformación lineal T forman un subespacio del espacio vectorial donde está definida.
- IV. Un operador lineal definido en $\mathbb{R}^2$ solo puede tener dos autovectores.
- V. Los operadores lineales tienen al menos un autovector.
- VI. La suma de autovectores de una misma transformación lineal T es otro autovector de esa transformación lineal.

C3T3. *Probar* que dos autovectores de una misma transformación lineal asociados a autovalores distintos deben ser necesariamente linealmente independientes [recordar la definición de independencia lineal: x e y son linealmente independientes si los únicos escalares α, β que satisfacen la ecuación $\alpha x + \beta y = 0_V$ son nulos]. Dar un ejemplo, si es posible, de un operador con dos autovectores linealmente independientes asociados al mismo autovalor.

3.4. Clase 4

Tras la habitual devolución (a esta altura, tomarse un tiempo en discutir los progresos) se tratan algunas cuestiones relativas a las funciones y campos escalares, procurando mostrar una vez más que la escritura puede ‘ocultar’ ciertas características que es preciso observar.

Se define función escalar $f: D \subset \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, campo escalar $f: D \subset \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$, sus gráficas y el concepto de preimagen de un subconjunto de $\mathbb{R}$ a través de f en una notación que no requiera modificar la escritura para una y otra. Se define luego el conjunto de nivel como la preimagen del subconjunto formado por un único escalar k . Se muestra ejemplos de conjuntos de nivel en funciones escalares (se los relaciona con la inyectividad) y de conjuntos de nivel de campos escalares de dos y tres variables. Se relacionan gráficas de una función con conjuntos de nivel de otra de una variable más. Se observa que esa segunda función no está definida unívocamente (y que, de hecho, hay infinitas, tomando un ejemplo simple como $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ tal que $f(x, y) = 1 + x^2 + y^2$ con una gráfica que puede verse como algún conjunto de nivel de infinitos campos escalares de tres variables).

C4T1. *Probar* la siguiente proposición: si el conjunto de nivel $C_\lambda(\varphi)$ tiene un punto en común con el conjunto de nivel $C_\mu(\varphi)$, entonces debe ser $\lambda = \mu$ (y entonces tienen *todos* los puntos en común). Escribir esta proposición de otras maneras equivalentes. Graficar algunos conjuntos de nivel del campo escalar $f: D \subset \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, tal que $f(x, y) = \frac{y-x^2}{x^2-1}$ comentando lo que sucede en los puntos $(\pm 1, 1)$. Utilizar varios recursos expresivos para comunicarlo.

C4T2. Escribir el enunciado de un ejercicio que pida los conjuntos de nivel de tres campos escalares, y cuyos resultados sean, respectivamente, una familia de circunferencias, una familia de planos paralelos, una familia de parábolas. Una vez propuesto, resolverlo.

3.5. Clase 5

Se discute la última devolución, se hace una evaluación conjunta con los alumnos del curso y se pasa a la última tarea, que consiste en la resolución de un escrito que se les entrega y devuelve en la misma clase, con las características de una evaluación semejante a las usuales en el Departamento de Matemática. La evaluación será preparada solo después de las primeras clases, para incluir aspectos que se quieran especialmente destacar.

4. Tamaño del curso, profesores, fechas

Los profesores a cargo del curso (Claudia Sarris, Claudia López, Marcela Martins, Fernando Acero) se desempeñan regularmente en el Departamento de Matemática. Compartiendo la responsabilidad, distribuirán sus tareas según la inscripción. Dado que se prevé un intenso trabajo de análisis y devolución de los escritos producidos, sería aconsejable acotar las dimensiones del curso a unos 20 estudiantes.

5. Bibliografía

- Abbagnano, Nicola, y A. Visalberghi. *Historia de la pedagogía*. Primera edición. Vigésima reimpresión. Traducido por Jorge Hernández Campos. México D. F.: Fondo de cultura económica, 2008.
- Albano, Sergio, Ariel Levit, y Lucio Rosenberg. *Diccionario de Semiótica*. Primera edición. Buenos Aires: Quadrata, 2005.
- Bernstein, Basil. *Class, Code and Control. Volume III. Towards a Theory of Educational Transmission*. Primera . Vol. 3. 4 vols. New York: Routledge, 2003c.
- Boas, P. «Can We Make Mathematics Intelligible?» *The American Mathematical Monthly* 88, nº 10 (1981): 727-731.



- Busaniche, Beatriz. «Alfabetización digital: las fronteras del aprendizaje y el control de la información.» En *Medios informáticos en la educación a principios del siglo XXI*, de Roxana Cabello y Diego Levis, 51-60. Buenos Aires: Prometeo, 1997.
- Cano, Fernanda. «Leer y escribir con las nuevas tecnologías.» Cap. III de *Lectura, escritura y educación*, de Andrea Brito (dir.), Fernanda Cano, Ana María Finocchio y María del Pilar Gaspar, 83-120. Rosario: Homo Sapiens, 2010.
- Carlino, Paula. «¿Qué nos dicen hoy las investigaciones internacionales sobre la escritura en la universidad?» *Conferencia invitada en el I Encuentro Nacional de Discusión sobre Política Lectura y la Escritura en la Educación Superior. ASCUN y Red Nacional de Discusión sobre Lectura y Educación Superior. Universidad Sergio Arboleda, Bogotá, 26 y 27 de abril de 2007*. 2007. <http://www.ascun.org.co/eventos/lectoescritura/paulacarlino.pdf> (último acceso: 24 de julio de 2010).
- . «El proceso de escritura académica: cuatro dificultades de la enseñanza universitaria.» *Educere, Revista venezolana de educación* 8(26), 321-327. Universidad de Los Andes, Mérida, Venezuela. 2004. <http://saber.ula.ve/bitstream/123456789/19901/2/articulo4.pdf> (último acceso: 14 de octubre de 2009).
- . *Escribir, leer y aprender en la universidad. Una introducción a la alfabetización académica*. Primera edición, cuarta reimpresión. Buenos Aires: Fondo de cultura económica, 2009.
- Carr, Nicholas. *Superficiales. ¿Qué está haciendo Internet con nuestras mentes?* Segunda edición. Traducido por Pedro Cifuentes. Buenos Aires: Taurus, 2011.
- Cassirer, Ernst. *Substance and Function. And Einstein's Theory of Relativity*. Vigésima. Traducido por William Curtis Swabey y Mary Collins Sabey. Chicago: Dover, 1953.
- . *The Problem of Knowledge. Philosophy, Science and History since Hegel*. Primera. Traducido por William Woglom y Charles Hendel. New York: Yale University Press, 1950.
- Chartier, Anne-Marie. «La memoria y el olvido, o cómo leen los jóvenes profesores.» Cap. IV de *Sociología de la lectura*, de Bernard Lahire, traducido por Hilda García, 109-138. Barcelona: Gedisa, 2004.
- Chartier, Roger. *El orden de los libros. Lectores, autores, bibliotecas en Europa entre los siglos XIV y XVIII*. Tercera edición [Original 1992, L'ordre des livres. Lecteurs, auteurs, bibliothèques en Europe entre XIV et XVII siècle]. Traducido por Virginia Ackerman. Barcelona: Gedisa, 2005b.
- . *El presente del pasado. Escritura de la Historia, Historia de lo Escrito*. Primera edición. Traducido por Marcela Cinta. México, D.F.: Universidad Iberoamericana, 2005a.
- Chartier, Roger, y Guglielmo Cavallo. *Historia de la lectura en el mundo occidental*. Segunda. Madrid: Tauros, 2004.
- Colla, Fernando. *Escribas, monjes, filólogos, ordenadores...La preservación de la memoria escrita en Occidente*. Primera edición. Córdoba. Argentina: Alción, 2010.
- Dahan-Dalmedico, Amy, y Jean Pfeiffer. *Une histoire des mathématiques. Routes y dédales*. Segunda. Paris: Seuil, 1986.
- D'Hombres, Jean. «French Mathematical Textbooks from Bézout to Cauchy.» *Historia Scientiarum* 28, nº 2 (1984): 91-137.
- Eco, Umberto. *La bustina di Minerva*. Tercera edición. Milano: Bompiani, 2006.
- Eco, Umberto, y Jean-Claude Carrière. *Nadie acabará con los libros*. Primera edición [Original 2009: N'esperez pas vous débarrasser des livres]. Traducido por Helena Lozano Miralles. Buenos Aires: Lumen, 2010.
- Eisenberg, Thomas. «Functions and associated learning difficulties.» Cap. IX de *Advanced mathematical thinking*, de David Tall, 140-152. Dordrecht: Kluwer academic publishers, 1991.
- Fernández Bravo, Álvaro, y Claudia Torres. *Introducción a la escritura universitaria. Ciudades alteradas. Nación e inmigración en la cultura moderna*. Primera edición. Buenos Aires: Granica, 2003.
- Fraleigh, John. *A First Course in Abstract Algebra, third edition*. Tercera edición. Massachusetts: Addison-Wesley, 1982.
- . *Álgebra abstracta*. Primera edición en español [Original 1982, A first course in abstract algebra, third edition]. Traducido por Manuel López Mateos y Herminia Ochsenius. Wilmington, Delaware: Addison-Wesley Iberoamericana, 1987.
- Ghoshal, Sudhir, y Balmohan Limaye. *A Course of Calculus and Analysis Real. With 71 figures*. Primera edición. New York: Springer, 2006.
- Gray, Eddie, y David Tall. «Abstraction as a natural process of mental compression.» *Mathematics Education Research Journal* 19, nº 2 (2007): 23-40.
- Johns, Samuel, y Jean Jacques Dupin. *Introducción a la didáctica de las ciencias y de la matemática*. Primera edición. Traducido por Ana Beatriz Narvaja y Nancy Roggier. Buenos Aires: Colihue, 2005a.
- Kant, Immanuel. *Lógica*. Primera edición. Traducido por Carlos Correás. Buenos Aires: Corregidor, 2010.
- Lang, Serge. *A First Course of Calculus*. Tercera. New York: Springer, 1984.
- Le Lionnais (comp.), François. *Las grandes corrientes del pensamiento matemático*. Tercera edición. Traducido por Néstor Míguez. Buenos Aires: Eudeba, 1976.
- Leonesi, Sandro, y Claudio Toffalori. *Un invito all'Algebra*. Primera. Milano: Springer, 2006.
- Littau, Karin. *Teorías de la lectura. Libros, cuerpos y bibliomanía*. Primera edición. Traducido por Elena Marengo. Buenos Aires: Manantial, 2008.
- Lyons, Martyn. *Historia de la lectura y la escritura*. Primera. Buenos Aires: Del Calderón, 2012.

- Marsden, Jerrold, y Anthony Tromba. *Vector Calculus*. Quinta edición. New York: Freeman and Company, 2003.
- McLuhhan, Marshall. *La galaxia Gutemberg. Génesis del "homo typographicus"*. Tercera. Traducido por Juan Novella. Barcelona: Círculo de Lectores, 1993.
- Metsisto, Diana. «Reading in the Mathematics Classroom.» Cap. II de *Literacy Strategies for Improving Mathematics Instruction*, de Joan Kenney, Euthecia Hancewicz, Loretta Heuer, Diana Metsisto y Cynthia Tuttle, 9-23. New York: Association for Supervision and Curriculum Development, 2013.
- Mitchelmore, Michael, y Paul White. «Abstraction in Mathematics Learning.» *Mathematics Education Research Journal* 19, nº 2 (2007): 1-9.
- Morduchowicz, Roxana. *La Generación Multimedia. Significados, consumos y prácticas culturales de los jóvenes*. Primera. Buenos Aires: Paidós, 2008.
- Narvaja de Arnoux, Elvira, Mariana Di Stefano, y Cecilia Pereira. *La lectura y la escritura en la universidad*. Primera edición, décima reimpresión. Buenos Aires: Eudeba, 2009.
- Nelsen, Roger B. *Proofs without words. Exercises in visual thinking*. Washington: The Mathematical Association of America, 1993.
- Palamidessi, Mariano, Daniel Galarza, Débora Schneider, y Mariana Landau. «Doce reflexiones para una educación en red.» Cap. V de *La escuela en la sociedad de redes. Una introducción a las tecnologías de la información y la comunicación en la educación.*, de Mariano Palamidessi, 87-102. Buenos Aires: Fondo de cultura económica, 2006.
- Petrucchi, Armando. *La ciencia de la escritura. Primera lección de paleografía*. Primera edición en español. Traducido por Luciano Padilla López. Buenos Aires: Fondo de cultura económica, 2003.
- PISA. *Assessing Scientific, Reading and Mathematical Literacy. A Framework for PISA 2006*. Marco conceptual, New York: Organisation for economic cooperation and development, 2006.
- Poulain, Martine. «Entre preocupaciones sociales e investigación científica: el desarrollo de la sociología de la lectura en Francia en el siglo XX.» Cap. I de *Sociología de la lectura*, de Bernard Lahire, traducido por Hilda García, 17-58. Barcelona: Gedisa, 2004.
- Russell, Bertrand. *Introducción a la filosofía de la matemática*. Primera edición. Barcelona: Paidós ibérica, 1988.
- Schubring, G. «On the methodology of Analysing Historical Textbooks: Lacroix as Textbook Author.» *For the Learning of Mathematics* 7, nº 3 (1987): 41-51.
- Schubring, Gert. *Conflicts between Generalization, Rigor, and Intuition. Number Concepts Underlying the Development of Analysis in 17–19th Century France and Germany*. Segunda. New York: Springer, 2012.
- Sfard, Anna. *Thinking as Communicating. Human Development, the Growth of Discourses, and Mathematizing*. Primera. New York: Cambridge University Press, 2008.
- Somoza Rodríguez, Miguel. «Los saberes letrados en la sociedad de la información. Lectura, soportes y ritmos sociales.» Cap. XVI de *Historia de la Lectura en la Argentina. Del catecismo colonial a las netbooks estatales*, de Héctor Cucuzza (dir.) y Roberta Sprengelburd (codir.), 573-614. Buenos Aires: Editoras del Calderón, 2012.
- Steiner, George. *Los logócratas*. Primera edición. México D. F.: Fondo de cultura económica/Siruela, 2007.
- Strang, Gilbert. *Calculus*. Sexta edición. Massachusetts: Wellesely-Cambridge Press, 2009.
- Tall, David. «Functions and Calculus.» En *International Handbook of Mathematics Education*, de Anthony Bishop (Ed.), 289-325. Dordrecht: Kluwer, 1997a.
- . «The transition from embodied thought experiment and symbolic manipulation to formal proof.» *University of Warwick*. In M. Bulmer, H. MacGillivray & C. Varsavsky (Eds.), *Proceedings of Kingfisher Delta'05, Fifth Southern Hemisphere Symposium on Undergraduate Mathematics and Statistics Teaching and Learning* (pp. 23-35). Fraser Island, Australia. 2005g. <http://www.warwick.ac.uk/staff/David.Tall/downloads.html#2005> (último acceso: 12 de julio de 2009).
- Vignaux, Paul. *El pensamiento en la Edad Media*. Primera edición. Traducido por Tomás Segovia. Madrid: Fondo de Cultura Económica, 1999.
- Zaid, Gabriel. *Los demasiados libros*. Primera. Barcelona: Debolsillo, 2010.

Notas

¹ Los resultados parciales de la primera edición del taller de escritura muestran que las posibilidades de los asistentes de interactuar con los contenidos para producir escritos aceptables por la comunidad académica son muy reducidas. La brecha que separa al estudiante real del umbral mínimo de acceso a los procesos de escritura no es salvable en la modalidad de un breve taller.

² «El iletrismo es una noción acuñada por asociaciones que, como ATD-Quart-Monde, han acompañado en sus dificultades a los 'nuevos pobres' de las sociedades desarrolladas. El término *iletrado* se aplica a la persona que ha sido escolarizada, pero que, por diversas razones, ha perdido la habilidad de lectura, ha 'desaprendido'; esta idea se precisa sobre la base de la definición de la Unesco del término *analfabeto*: 'persona incapaz de leer y escribir, aun comprendiéndolo, un relato simple y breve relacionado con su vida cotidiana' (Poulain 2004, 38). Los informes Pisa dan cuenta de la magnitud de fenómenos similares en la dimensión específica de la matemática (PISA 2006).

³ La alfabetización es una noción que reconoce al menos seis grados que van desde culto (el individuo que domina sin dificultad tanto la producción de textos como su lectura todas las tipologías gráficas empleadas en la sociedad a la que pertenecen) hasta la de analfabeto, pasando por los alfabetizados profesionales, alfabetizados instrumentales, semianalfabetos funcionales, semianalfabetos gráficos (Petrucchi 2003).

⁴ La alusión de Umberto Eco al texto clásico de Marshall McLuhan (*La galaxia Gutenberg. Génesis del 'Homo typographicus'*) publicado en 1962 se justifica por contraposición, ya que para McLuhan la era electrónica introducía al hombre en una segunda oralidad, por las características de los medios de comunicación más influyentes en aquellas décadas (la radio y la televisión). Entre las tesis fundamentales de esta obra clásica se encuentra que el mundo de los textos impresos es visual, frente al mundo previo que es fundamentalmente auditivo (por ejemplo, un sonido es considerado ruido por un lector silencioso) (McLuhhan 1993, 39).

⁵ “Cuando hacemos correr un texto en nuestra pantalla, ¿acaso no encontramos algo que los lectores de *volumina*, de rollos, hacían antaño, es decir la necesidad de desenrollar un texto enrollado en torno a un soporte de madera...?” (Eco y Carrière 2010, 102).

⁶ Las imágenes y relieves de las catedrales medievales podían ser ‘comprendidas por los analfabetos y además con una gran densidad de contenidos: “un tema favorito del siglo XIX fue el de que las catedrales fueron los ‘libros del pueblo’ [...] Contienen un amplio complejo de ideas que llenarían volúmenes si hubiesen de escribirse. Pueden ser ‘leídas’ por los analfabetos y también por los que saben leer, y están destinadas a unos y a otros” (McLuhhan 1993, 165).

⁷ El texto original de Umberto Eco dice “ripetto, poche icone per le operazione principale sono utili, troppe fanno fumigare le meningi e creano analfabetismo di ritorno” (Eco 2006, 173). E imagina que de proseguir esa profusión de imágenes, los actuales letrados se convertirán en analfabetos, incapaces de descifrar la cadena de imágenes: “Alle finne avremo programmi amichevolissimi, fatti tutti di geroglifici, dove anche quello che scrivo apparirà sullo schermo in forma di Anubi, di civetta, di bocca con una riga seghettata sopra: en invocheremo Champollion” (*Ibidem*, 173). También es pertinente recordar la especulación acerca de que el rol de los textos en la difusión del luteranismo fue muy limitada, no así el de las imágenes: “los periódicos ilustrados tenían más probabilidades de atraer a los lectores semialfabetizados. Eran un híbrido de imágenes y textos que, por su naturaleza visual, podían ser ‘leídos’ por personas alfabetizadas y analfabetos”. (Lyons 2012, 101).

⁸ La dependencia de las lecturas del formato, como lo resume la frase “La manera en que la gente lee, incluso la experiencia misma de la lectura, dependen de las tecnologías usadas para registrar la palabra escrita” (Littau 2008, 21), puede ser considerada de muchas formas. Si la dependencia se piensa con fuerza para imponer la forma de lectura, se habla del determinismo tecnológico; en otro extremo, si se piensa que la dependencia es tan débil que no impide cualquier forma de lectura del texto, se tiene la libertad absoluta del lector. En esta concepción la libertad del lector es tal que ya no se distingue entre la lectura y su interpretación.

⁹ La autora hace notar que, en el ámbito de Francia, “el peso de las ciencias aumentó en detrimento de las letras. Para avanzar en los estudios científicos y técnicos estos estudiantes deben leer bien, pero no es necesario que les guste la lectura” (A.-M. Chartier 2004, 110).

¹⁰ La fragmentación de los textos constituye una pérdida del sentido de conjunto, que de hecho es el que confiere sentido a cada uno de los fragmentos. Nuevamente aquí se ha valido de la analogía entre los textos y las catedrales: “Un hombre de costumbres escolásticas consideraría el modo de presentación arquitectónica igual que consideró el modo de presentación literaria; desde el punto de vista de la *manifestatio*. Daría por supuesto que el propósito primario de los múltiples elementos que constituyen una catedral es asegurar la estabilidad, del mismo modo que daba por supuesto que el propósito primario de los múltiples elementos que constituyen una *Summa* es asegurar su validez (McLuhhan 1993, 171).

¹¹ El término es una traslación del vocablo *multitask* que se utiliza en el lenguaje informático para designar aplicaciones que pueden llevar a cabo varios algoritmos en paralelo, administrando el tiempo concedido a cada uno de ellos, usualmente diferenciando entre tareas prioritarias (en un primer plano) y secundarias (en un segundo plano). Referido a las personas, designa a los “*multitareas intensivos* (practicantes frecuentes de la multitarea)” (Somoza Rodríguez 2012, 587).

¹² El mismo autor, da cuenta de otros resultados: “...tienen más dificultades para diferenciar lo irrelevante de lo importante, tardan más tiempo en adquirir concentración al pasar de una actividad a otra, no presentan mayor capacidad retentiva y cometen más fallos. El investigador principal de este estudio afirmaba: ‘Los multitareas intensivos lo hacían cada vez peor a medida que aparecían más letras, mostrando una mayor dificultad para mantenerlas en su cerebro [...] los multitarea intensivos tienen siempre toda la información ante ellos, pero no pueden separar las cosas de su mente’” (Somoza Rodríguez 2012, 587).

¹³ La siguiente frase reproducida por el autor del texto pertenece a un estudiante acreedor a la prestigiosa beca Rhodes, graduado en Filosofía en la universidad del Estado de Florida: “No leo libros [...] Acudo a Google, donde puedo absorber información relevante rápidamente. Sentarme a leer un libro de cabo a rabo no tiene sentido. No es un buen uso de mi tiempo, ya que puedo tener toda la información que quiera con mayor rapidez a través de la Web” (Carr 2011, 21). El estudiante, prosigue diciendo el autor, parece ser más la regla que a excepción.