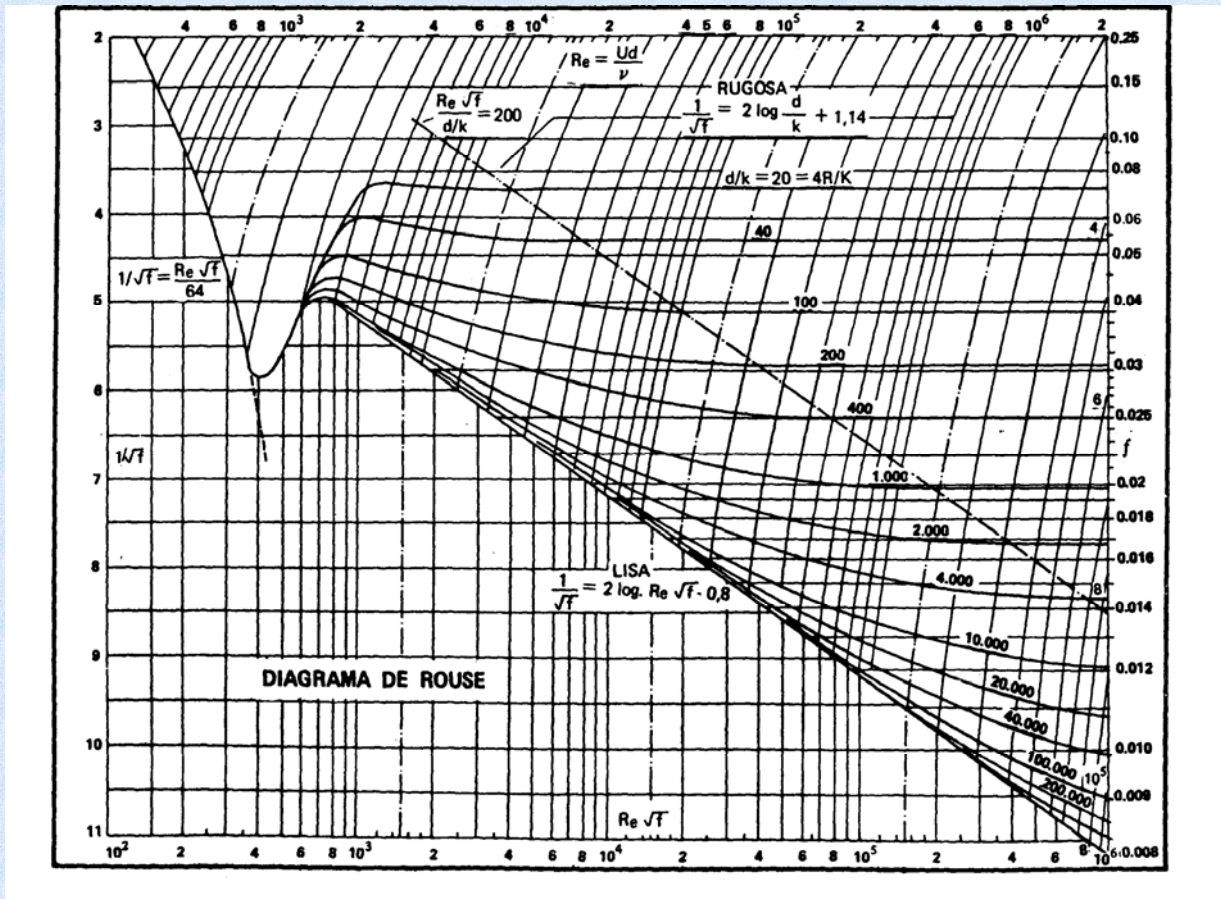


17º CONGRESO ARGENTINO DE SANEAMIENTO Y MEDIO AMBIENTE

ANÁLISIS COMPARATIVO DE LAS ECUACIONES RACIONALES Y LA EMPÍRICA DE HAZEN Y WILLIAMS PARA EL CÁLCULO HIDRÁULICO DE CONDUCCIONES A PRESIÓN



Autores :

Ingeniero Luis Perez Farrás

Ingeniera María Eva Koutsovitis

Buenos Aires, 21, 22 y 23 de abril del 2010

OBJETIVO Y JUSTIFICACIÓN DEL TRABAJO

✓ DEMOSTRAR que en las aplicaciones de la Hidráulica Sanitaria Básica dentro de la aproximación tecnológica requerida es prácticamente equivalente el uso de fórmulas racionales o empíricas.

✓ El trabajo encuentra su JUSTIFICACIÓN en el hecho de que numerosos profesionales que se desempeñan en la Ingeniería Sanitaria son Ingenieros de especialidades distintas a la Ingeniería Civil o Hidráulica. Los mismos tienen en común el hecho de que no han tenido Hidráulica en su formación básica y si Mecánica de los Fluidos. Al tratar universalmente con todo tipo de fluidos han estudiado los métodos de cálculo basados en la denominada “Teoría Racional”, la que posibilita el cálculo de conducciones para todo tipo de fluidos de comportamiento “newtoniano”.

✓ Se pretende REVALORIZAR el uso de las expresiones empíricas para el cálculo de conducciones de agua a presión. Especialmente la de HAZEN Y WILLIAMS, ya que su simplicidad posibilita soluciones de gran sencillez y elaboraciones matemáticas inmediatas sin recurrir a las iteraciones que el método racional implica.

FÓRMULAS RACIONALES

ECUACIÓN DE DARCY-WEISBACH

La Ecuación de Darcy-Weisbach es de aplicación al cálculo de conducciones unidimensionales en régimen permanente y uniforme.

En base a numerosas experiencias realizadas se sabe que la energía perdida en el tramo Δl_{i-j} , que se denominará ΔJ_{i-j} , cumple con ser:

- ✓ *Proporcional a Δl_{i-j} .*
- ✓ *Aproximadamente proporcional a $1/D$.*
- ✓ *Aproximadamente proporcional a $U^2/2g$.*
- ✓ *Función de μ y de ρ .*
- ✓ *Dependiente de la naturaleza de las paredes de la conducción.*

$$\Delta J_{i-j} = f \frac{\Delta l_{i-j}}{D} \frac{U^2}{2g}$$

$$j^* = \frac{f}{D} \frac{U^2}{2g}$$

$$f = \text{cte.} \phi(\text{mat.paredes}; \mu, \rho, D; U)$$

FÓRMULAS RACIONALES EVALUACIÓN DEL COEFICIENTE DE FRICCIÓN

Para el régimen laminar

$$f = \frac{64}{\text{Re}}$$

Expresión que para su aplicación al diagrama universal conviene transformar inversamente:

$$\frac{\text{Re} \sqrt{f}}{64} = \frac{1}{\sqrt{f}}$$

Para el régimen turbulento

Las relaciones que siguen son válidas para tuberías lisas y rugosas respectivamente.

$$T.Lisa \quad \frac{1}{\sqrt{f}} = 2 \log \text{Re} \sqrt{f} - 0,80$$

$$T.Rugosa \quad \frac{1}{\sqrt{f}} = 2 \log \frac{D}{k} - 1,14$$

Las ecuaciones anteriores son válidas para los casos extremos de escurrimientos que se comportan como de contorno liso o de contorno rugoso, y no para los casos intermedios, cuando la rugosidad emerge levemente de la subcapa laminar y existe influencia de la capa límite.

En este último caso la experimentación aporta una solución empírica ya que el análisis racional no aporta soluciones. Colebrook y White determinaron una ecuación experimental que siendo asintótica a las ecuaciones para tuberías lisas y rugosas no se aparta significativamente de los numerosos puntos que surgen de los ensayos por ellos realizados.

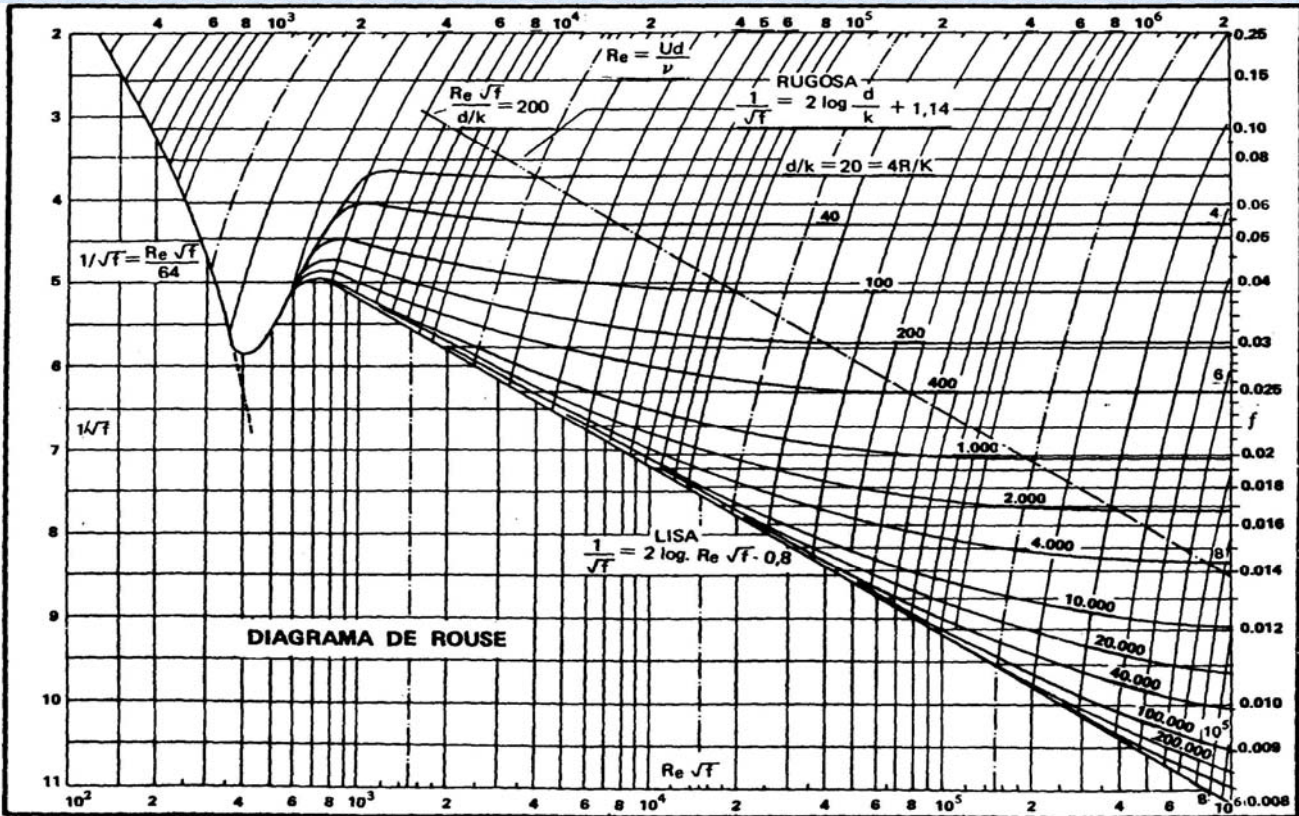
$$\frac{1}{\sqrt{f}} - 2 \log \frac{D}{k} = 1,14 - 2 \log \left(1 + 18,7 \frac{D/k}{\text{Re} \sqrt{f}} \right)$$

FÓRMULAS RACIONALES

DIAGRAMA DE ROUSE

A pesar de que nos encontramos en plena era digital y el cálculo por medio de gráficos no tiene sentido ante los excelentes utilitarios disponibles, se presenta el "Gráfico de Rouse".

El mismo resume la moderna teoría hidrodinámica integrando las ecuaciones del método racional y posibilita el cálculo de conducciones con un criterio racional teniendo en cuenta incluso variaciones de temperatura (a través del número de Reynolds).



FÓRMULAS EMPÍRICAS

Recordando la expresión de DARCY- WEISBACH

$$j^* = \frac{f}{D} \frac{U^2}{2g}$$

Si reemplazamos la velocidad media U en función del caudal y la sección transversal (ecuación de continuidad) y además se sustituye el coeficiente de fricción por la relación:

$$f = 8 g b$$

se obtiene

$$j = 6,48 b \frac{Q^2}{D^5}$$

La ecuación anterior es la ecuación de Darcy - Weisbach expresada de manera tal que pueda representar a todas las fórmulas empíricas existentes a través del b que le corresponde a cada investigación.

En el extremo de menor aproximación, la expresión de Dupuit, la más antigua fórmula conocida toma $b = 50$.

En cambio en el extremo de mayor precisión dentro de las expresiones empíricas, la más utilizada modernamente, encontramos la de HAZEN Y WILLIAMS.

$$j^* = \frac{1}{(0.2785C)^{1.85}} \frac{Q^{1.85}}{D^{4.85}}$$

C es una constante que mide la rugosidad en términos absolutos del material de la conducción.

La expresión de referencia, al igual que todas las empíricas, tiene limitaciones conceptuales notables con respecto a las expresiones que se obtienen con el criterio racional.

Sólo son válidas para escurrimiento de agua en régimen plenamente turbulento y no contempla variaciones por temperatura. Por lo que sus aplicaciones cuanto más alejadas de las temperaturas de experimentación y formulación se encuentran, más inexacta resultan.

FÓRMULAS EMPÍRICAS vs FÓRMULAS RACIONALES

✓ La diferencia esencial entre ambas metodologías, racional o empírica, radica que en las primeras la rugosidad es un concepto relativo función del Número de Reynolds (consecuentemente de la temperatura) y de la rugosidad absoluta, mientras que en la segunda la rugosidad se toma como una propiedad absoluta de cada material de la conducción.

✓ Es oportuno señalar que en el vasto campo de aplicación en el Saneamiento Básico, abastecimiento de agua, desagües cloacales y pluviales (desagües urbanos) e incluso en numerosos casos de desagües industriales, las conducciones a presión erogan siempre agua a temperaturas ambiente, por lo que la variación de la viscosidad resulta insignificante en términos prácticos.

✓ Es por ello que en los casos de escurrimiento de agua a temperatura ambiente, las expresiones empíricas tienen gran valor, sobre todo cuando se requieren análisis comparativos con profusión de desarrollos matemáticos.

✓ Al obviar la variabilidad de los efectos viscosos, se reduce la necesidad de laboriosos cálculos iterativos y se posibilitan los reemplazos matemáticos con expresiones empíricas más simples.

PROCESO DE CÁLCULO COMPARATIVO

- ✓El análisis comparativo entre la expresión empírica y las racionales se realiza para diferentes escenarios de pérdida unitaria. Los escenarios planteados resultan compatibles y representativos del amplio espectro que abarcan las aplicaciones tecnológicas.

- ✓Para cada escenario de pérdida unitaria y para los distintos diámetros comerciales comprendidos en el rango de 75 mm a 1.100 mm, se realiza la determinación del caudal según la expresión de Hazen y Williams y según la expresión de Darcy-Weisbach. La determinación del caudal con las expresiones racionales se lleva a cabo a su vez teniendo en cuenta temperaturas de 5°C, 10°C, 15°C y 20°C.

- ✓Para los diámetros comerciales comprendidos entre 350 mm y 1100 mm se adopta como material para la tubería el PRFV. Los coeficientes de rugosidad utilizados son, siguiendo recomendaciones de fabricantes, $C=147$ y $k=0.000029$ metros.

- ✓Para los diámetros comerciales comprendidos entre 315 mm y 75 mm se adopta como material para la tubería el PVC. Los coeficientes de rugosidad utilizados son, siguiendo recomendaciones de fabricantes, $C=150$ y $k=0.000007$ metros.

- ✓Para la determinación del coeficiente f de fricción de Darcy-Weisbach se utilizó el software inédito de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional de la Patagonia desarrollado por el Prof. Ing. Roberto Pérez, que utiliza una versión digital del diagrama de Rouse. El mismo fue verificado previamente en cuanto a la exactitud de sus predicciones utilizando directamente el Diagrama de Rouse.

- ✓Para cada escenario de pérdida unitaria y para cada diámetro comercial se obtienen cuatro resultados diferentes correspondientes a cada una de las temperaturas de ensayo según las expresiones racionales y un resultado según la expresión empírica de Hazen y Williams.

- ✓Luego se calcula la dispersión que presenta el caudal según la aplicación de la expresión empírica respecto a cada uno de los resultados obtenidos en función de la temperatura según la aplicación de la expresión racional.

- ✓El proceso se repite para cada uno de los diámetros comerciales y para los distintos escenarios de pérdida unitario propuestos $j=0.001$, $j=0.0015$, $j=0.002$, $j=0.0025$ y $j=0.003$.

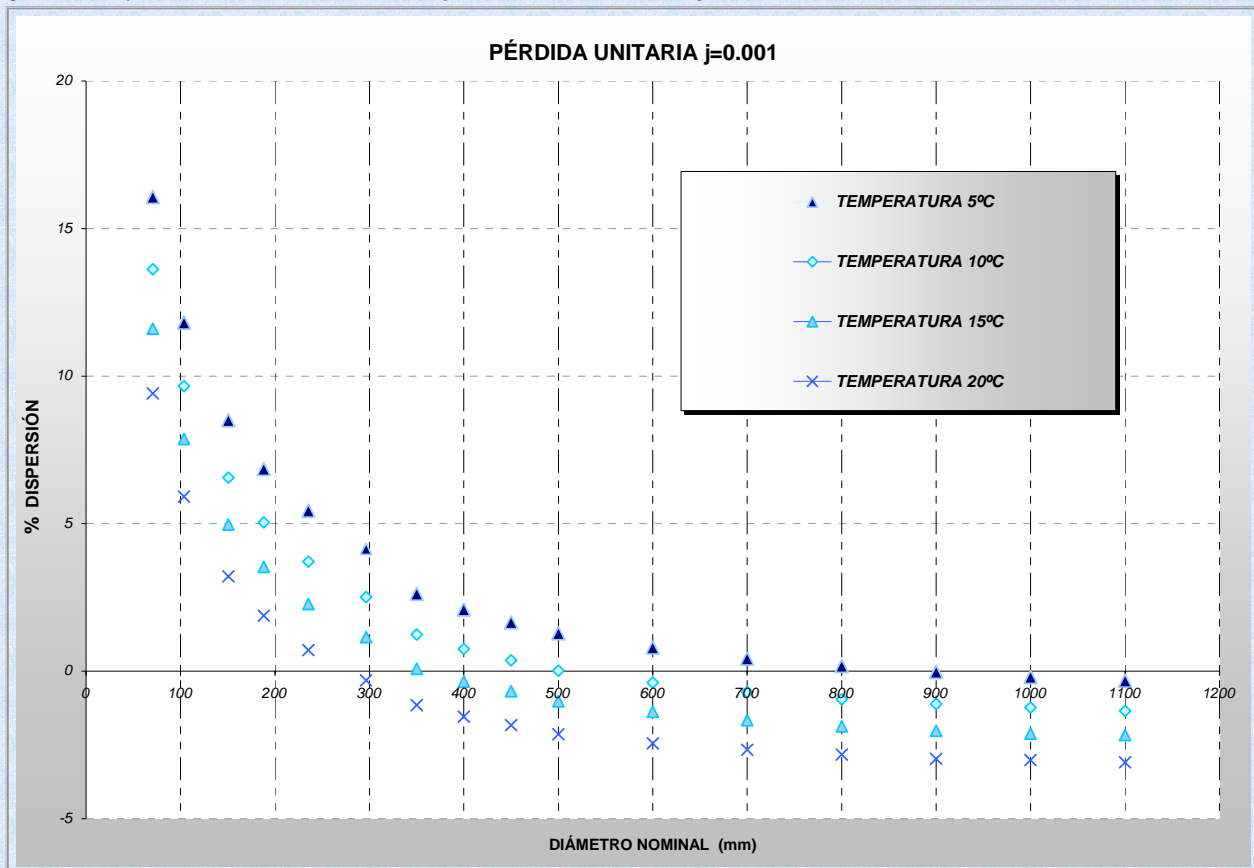
RESULTADOS OBTENIDOS

✓ Se exhiben los resultados del análisis comparativo entre las metodologías racionales y empíricas. Los mismos se presentan gráficamente y agrupados según los distintos escenarios de pérdida unitaria ensayados ($j=0.001$, $j=0.0015$, $j=0.002$, $j=0.0025$ y $j=0.003$).

✓ En los gráficos correspondientes a cada una de las pérdidas unitarias adoptadas se presenta la dispersión, en cuanto a los caudales calculados, que presenta la expresión empírica respecto a la racional (considerada más exacta, al menos conceptualmente).

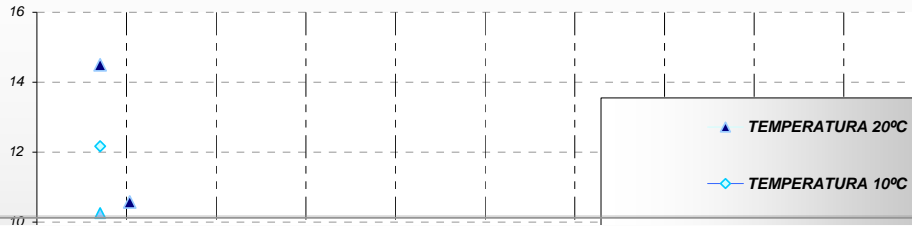
✓ El análisis se desarrolla para cada uno de los diámetros comerciales dentro del rango comprendido entre 75 mm a 1100 mm y para distintas condiciones de temperatura (5°C, 10°C, 15°C y 20°C.).

✓ A continuación de los gráficos se presenta una tabla comparativa de caudales obtenidos según los distintos métodos, para cada uno de los diámetros comerciales dentro del rango comprendido entre 75 mm a 1100 mm y para distintas condiciones de temperatura (5°C, 10°C, 15°C y 20°C.) considerando una pérdida unitaria $j=0.002$.

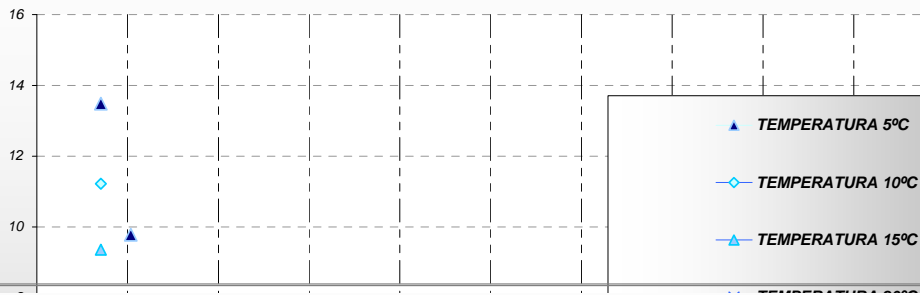


RESULTADOS OBTENIDOS

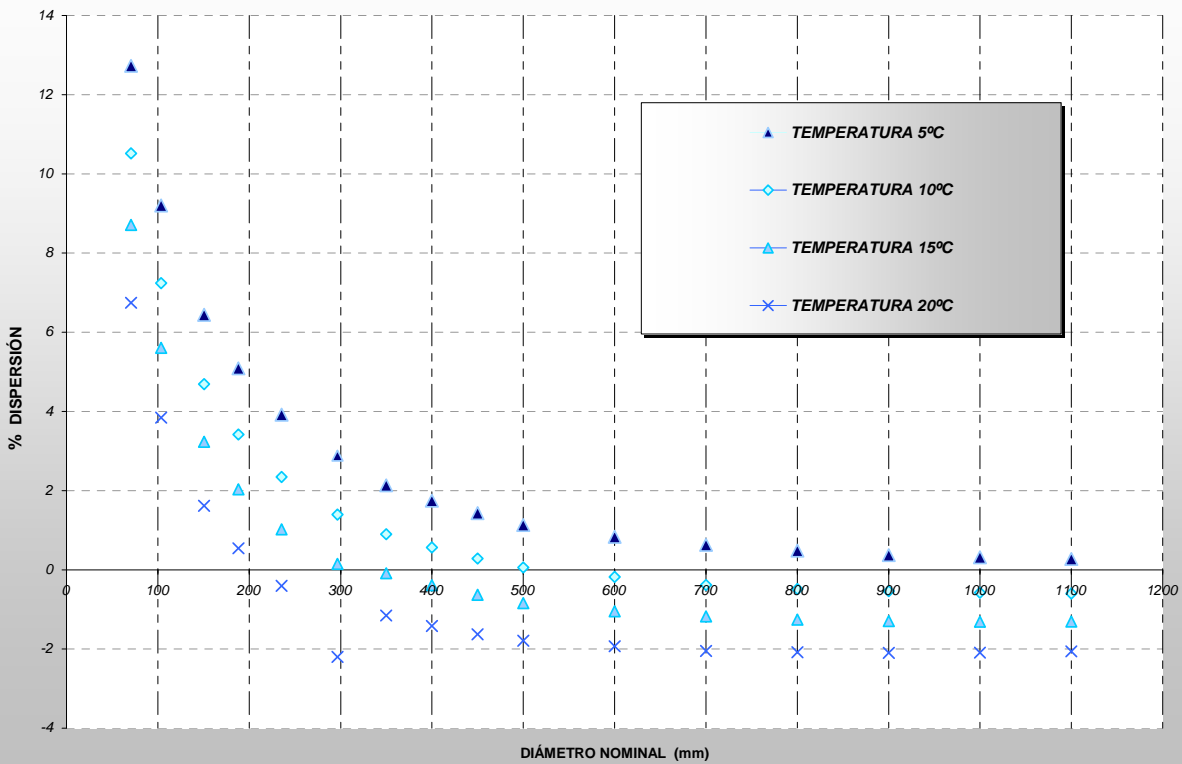
PÉRDIDA UNITARIA $j=0.0015$



PÉRDIDA UNITARIA $j=0.002$

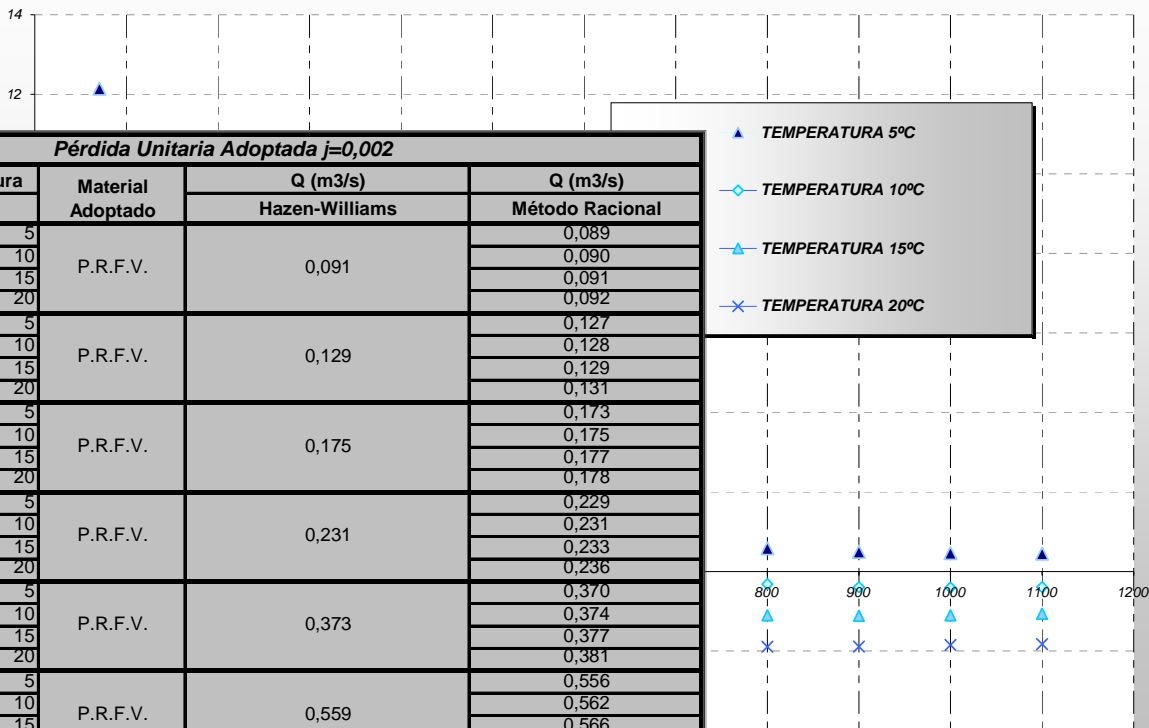


PÉRDIDA UNITARIA $j=0.0025$



RESULTADOS OBTENIDOS

PÉRDIDA UNITARIA $j=0.003$



Pérdida Unitaria Adoptada $j=0,002$				
Diámetro (mm)	Temperatura (°C)	Material Adoptado	Q (m3/s)	
			Hazen-Williams	Método Racional
350	5	P.R.F.V.	0,091	0,089
	10			0,090
	15			0,091
	20			0,092
400	5	P.R.F.V.	0,129	0,127
	10			0,128
	15			0,129
	20			0,131
450	5	P.R.F.V.	0,175	0,173
	10			0,175
	15			0,177
	20			0,178
500	5	P.R.F.V.	0,231	0,229
	10			0,231
	15			0,233
	20			0,236
600	5	P.R.F.V.	0,373	0,370
	10			0,374
	15			0,377
	20			0,381
700	5	P.R.F.V.	0,559	0,556
	10			0,562
	15			0,566
	20			0,572
800	5	P.R.F.V.	0,793	0,790
	10			0,798
	15			0,805
	20			0,812
900	5	P.R.F.V.	1,080	1,077
	10			1,088
	15			1,096
	20			1,106
1000	5	P.R.F.V.	1,423	1,421
	10			1,435
	15			1,446
	20			1,458
1100	5	P.R.F.V.	1,827	1,826
	10			1,843
	15			1,856
	20			1,871
75	5	P.V.C.	0,001	0,001
	10			0,001
	15			0,001
	20			0,001
110	5	P.V.C.	0,004	0,003
	10			0,004
	15			0,004
	20			0,004
160	5	P.V.C.	0,010	0,009
	10			0,010
	15			0,010
	20			0,010
200	5	P.V.C.	0,018	0,017
	10			0,018
	15			0,018
	20			0,018
250	5	P.V.C.	0,033	0,031
	10			0,032
	15			0,032
	20			0,033
315	5	P.V.C.	0,060	0,058
	10			0,059
	15			0,060
	20			0,061

CONCLUSIONES

- ✓El análisis de los resultados obtenidos permite probar en general que efectivamente la expresión empírica de Hazen y Williams es una valiosa y simple herramienta mucho más sencilla que las expresiones racionales, y que resulta de aplicación en la inmensa mayoría de los casos de la práctica cuando de conducciones de agua a presión se trata.
- ✓Para diámetros superiores a los 300 mm, cualquiera sea el rango de temperatura, las diferencias entre ambos métodos son insignificantes y despreciables tecnológicamente.
- ✓Desde el diámetro 300 mm y hasta el diámetro 75 mm se observa un aumento exponencial de la dispersión entre ambas metodologías, empírica y racional.
- ✓También se observa que la expresión empírica adquiere mayor exactitud, respecto a los métodos racionales, cuanto mayor resulta la pérdida unitaria.
- ✓En casos particulares donde se requiera gran exactitud, en apariencia los métodos racionales deberían ser la solución al posibilitar la corrección por temperatura, pero requieren de un dato generalmente impreciso que es la rugosidad absoluta del material, por lo que las soluciones “exactas” (con criterio científico) son sumamente dificultosas.

CONCLUSIONES

✓A partir del análisis teórico y comparativo surge que es temerario adoptar al criterio empírico de Hazen y Williams o al criterio racional como exactos, pues ambos presentan el MISMO GRADO DE INCERTIDUMBRE relacionado con la elección del coeficiente de fricción (C en un caso y k en el otro). Cuando del escurrimiento de agua a temperatura ambiente se trata, se puede afirmar que ambos criterios son equivalentes.

✓La tabla presentada corresponde a caudales obtenidos según los distintos métodos comparados considerando una pérdida unitaria $j=0.002$. En la misma puede corroborarse, en la dimensión propia de la variable en estudio, que las diferencias entre las expresiones racionales y la empírica de Hazen y Williams resultan despreciables para las aplicaciones tecnológicas del saneamiento básico.